

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

Pada bab ini dikemukakan beberapa uraian yang digunakan untuk memberikan penjelasan mengenai jawaban dari rumusan masalah penelitian. Oleh karena itu, berikut dikaji mengenai bagaimana mengatasi kesulitan komunikasi matematis siswa dalam materi fungsi kuadrat menggunakan wawancara klinis berbantuan *tablet* berbasis multi representasi di SMA Negeri 1 Pontianak tahun ajaran 2013 / 2014. Kajian pustaka ini akan disajikan dalam bentuk uraian yang terdiri dari (1) Pemahaman konseptual siswa, (2) Komunikasi matematis siswa, (3) Wawancara klinis berbantuan *tablet* berbasis multi representasi untuk mengatasi kesulitan komunikasi matematis siswa, (4) Respon siswa terhadap penggunaan wawancara klinis berbantuan *tablet* berbasis multi representasi untuk mengatasi kesulitan komunikasi matematis siswa, dan (5) Materi fungsi kuadrat

A. Pemahaman Konseptual Siswa

Menurut Chadwik (2009: 6) pemahaman konseptual adalah apa yang peserta didik ketahui dan pahami tentang suatu konsep, kemudian peserta didik dapat mengembangkan sifat konsep tersebut. Menurut Kifoit (2004: 1), pemahaman konseptual memiliki arti:

1. Siswa dapat menggeneralisasikan contoh-contoh tertentu
2. Siswa dapat menerapkan dan menyesuaikan ide-ide untuk situasi baru

3. Siswa dapat mendekati masalah secara visual, numerik, atau aljabar dan mengubahnya ke dalam berbagai bentuk representasi
4. Siswa dapat menghubungkan makna dengan hasil
5. Siswa dapat menghubungkan ide-ide lama dengan ide-ide baru
6. Siswa dapat memahami keterbatasan ide

Kesulitan belajar dalam matematika ditandai oleh timbulnya masalah setelah berlangsungnya pembelajaran di dalam kelas (Schwab, 2008: 1). Secara teoritis, kesulitan belajar bisa disebabkan karena kekurangan siswa dalam kemampuan merepresentasikan atau memproses informasi dalam satu atau semua domain matematika atau dalam satu atau seperangkat kompetensi individu dalam setiap domain matematika (Geary, 2004: 1).

Kemudian Redjosuwito (2012: 2-3) menambahkan bahwa kesulitan belajar tidak hanya dialami oleh siswa yang berkemampuan rendah saja, tetapi juga dialami oleh siswa yang berkemampuan tinggi. Selain itu, kesulitan belajar juga dapat dialami oleh siswa yang berkemampuan rata-rata (normal). Contohnya, siswa yang berkemampuan rendah mungkin saja tidak dapat merepresentasikan penyelesaian masalah matematis yang berkaitan dengan fungsi kuadrat ke dalam sajian simbolik, tabel, dan grafik yang relevan. Sedangkan siswa yang berkemampuan tinggi mungkin saja tidak dapat merepresentasikan penyelesaian masalah matematis yang berkaitan dengan fungsi kuadrat ke dalam sajian grafik.

Adapun penyebab kesulitan pemahaman konseptual yang dialami siswa yaitu:

1. Siswa lebih banyak menghafal dan melakukan algoritma dalam menyelesaikan suatu permasalahan matematis.
2. Siswa tidak menyadari bahwa penyelesaian permasalahan matematis hanya memerlukan beberapa tindakan tanpa harus terpaku pada pendekatan sintaks langsung yang melibatkan algoritma dalam penyelesaian masalah matematis. (Macgregor dan Stacey, 1997: 11)

Siswa yang mengalami kesulitan mungkin memerlukan suatu perlakuan yang khusus. Jika tidak dilakukan, siswa cenderung menjadi lebih bingung dalam mengikuti pembelajaran selanjutnya (Tall dan Razali, 1993: 13). Chadwick (2009: 9) menambahkan bahwa kita dapat membantu siswa untuk memperdalam pemahaman konseptual mereka dengan menyediakan:

1. Berbagai kegiatan yang melibatkan mereka aktif dalam membangun pemahaman konseptual mereka
2. Kesempatan untuk mendekati suatu konsep dengan cara yang berbeda melalui berbagai perspektif
3. Kesempatan untuk meninjau kembali konsep-konsep beberapa kali dalam konteks yang berbeda
4. Kesempatan untuk berkolaborasi dengan yang lain
5. Waktu untuk mengeksplorasi konsep

Jadi, dapat disimpulkan bahwa pemahaman konseptual adalah apa yang peserta didik ketahui dan pahami tentang suatu konsep. Kemudian siswa dapat mengembangkan sifat konsep tersebut dan mengubahnya ke dalam berbagai bentuk representasi.

B. Komunikasi Matematis Siswa

Menurut Suparno (2001: 135), komunikasi adalah suatu proses penyampaian pesan oleh sumber melalui saluran-saluran tertentu kepada penerima komunikasi tersebut. Komunikasi adalah sesuatu yang sangat penting dalam kehidupan. Tanpa adanya komunikasi, manusia tidak dapat berhubungan antara satu dengan yang lainnya. Ada banyak cara untuk berkomunikasi yaitu dengan pidato, tulisan, gerakan, sentuhan, musik, suara, simbol, dan gambar. Untuk berkomunikasi seseorang harus memahami bahasa yang digunakan. Umar (2012: 3) mengatakan bahwa kesadaran tentang pentingnya memperhatikan kemampuan siswa dalam berkomunikasi dengan menggunakan matematika yang dipelajari di sekolah perlu ditumbuhkan, sebab salah satu fungsi pelajaran matematika adalah sebagai cara mengkomunikasikan gagasan secara praktis, sistematis, dan efisien.

Herdian (2010) menambahkan bahwa di dalam proses pembelajaran matematika di kelas, komunikasi gagasan matematis bisa berlangsung antara guru dengan siswa, antara buku dengan siswa, dan antara siswa dengan siswa. Menurut Hiebert dalam Herdian (2010) setiap kali kita mengkomunikasikan gagasan-gagasan matematis, kita harus menyajikan gagasan tersebut dengan suatu cara tertentu. Ini merupakan hal yang sangat penting, sebab bila tidak demikian, komunikasi tersebut tidak akan berlangsung efektif. Gagasan tersebut harus disesuaikan dengan kemampuan orang yang kita ajak berkomunikasi. Kita harus mampu menyesuaikan dengan sistem representasi yang mampu mereka gunakan. Tanpa itu, komunikasi hanya akan berlangsung dari satu arah dan tidak mencapai sasaran. Contohnya, jika siswa lebih mengerti dengan representasi gambar maka

kita menyampaikan gagasan matematis menggunakan representasi gambar kemudian menghubungkannya ke dalam representasi simbolik, jika siswa lebih mengerti dengan representasi simbolik maka kita menyampaikan gagasan matematis menggunakan representasi simbolik kemudian menghubungkannya ke dalam representasi gambar.

Pendapat tentang pentingnya komunikasi dalam pembelajaran matematika tercantum dalam NCTM (2000: 63) yang menyatakan bahwa program pembelajaran matematika sekolah harus memberi kesempatan kepada siswa untuk:

1. Menyusun dan mengaitkan *mathematical thinking* mereka melalui komunikasi.
2. Mengkomunikasikan *mathematical thinking* mereka secara logis dan jelas kepada teman-temannya, guru, dan orang lain.
3. Menganalisis dan menilai *mathematical thinking* dan strategi yang dipakai orang lain.
4. Menggunakan bahasa matematika untuk mengekspresikan ide-ide matematika secara benar.

Adapun indikator komunikasi matematis menurut NYS (2005: 90) yaitu siswa dapat :

1. Mengkomunikasikan secara verbal dan menulis dengan benar, lengkap, koheren, dan menguraikan dengan jelas serta menjelaskan setiap langkah yang digunakan dalam menyelesaikan suatu masalah fungsi kuadrat.

2. Mengorganisasikan ide matematis mengenai fungsi kuadrat dengan menggunakan berbagai macam representasi ketika diskusi berlangsung dalam bentuk lisan dan tulisan.
3. Mengkomunikasikan pendapat yang logis secara jelas, menunjukkan mengapa jawaban mengenai masalah fungsi kuadrat yang diberikan masuk akal dan mengapa alasan yang diberikan benar.

Komunikasi matematis sangat erat kaitannya dengan penalaran dan pemecahan masalah. Suksesnya proses pemecahan masalah bergantung pada kemampuan siswa dalam merepresentasikan masalah termasuk membangun dan menggunakan representasi matematis dalam bentuk verbal, simbol, tabel, grafik, dan diagram (Neria dan Amit, 2004: 1). Siswa yang tidak memiliki pemahaman konseptual yang dalam akan kesulitan dalam merepresentasikan penyelesaian dari permasalahan matematis (Feil, 2002: 7).

Komunikasi dalam matematika mengharuskan siswa belajar bahasa yang berkaitan dengan konsep-konsep matematika yang mereka pelajari (Friedman et al, 2011: 2). Siswa yang ingin memiliki kemampuan komunikasi matematis yang baik dapat memperoleh keterampilan komunikasi matematisnya lebih cepat dengan menggunakan representasi visual (Roicki, 2002: 17).

Kesulitan bahasa melekat dalam matematika, kesulitan ini berhubungan dengan kosa kata, sintaks, abstrak dan bahasa alami, kekeliruan dalam masalah kata-kata, dan dominansi struktur atas konten (Haylock dan Tangata, 2007: 1). Kesulitan yang berhubungan dengan kosa kata teknis matematika adalah sebagai berikut.

1. Matematika menggunakan sejumlah kata-kata teknis yang biasanya tidak ditemukan atau digunakan oleh murid-murid sekolah dasar di luar pembelajaran matematika.
2. Ada kata-kata yang digunakan dalam kehidupan sehari-hari, yang memiliki perbedaan atau makna yang jauh lebih spesifik dalam matematika. Contohnya relasi, logika matematika, dan lain-lain.
3. Kata-kata dalam matematika yang khas digunakan dengan arti-arti yang tepat (Haylock dan Tangata, 2007: 1-2).

Adapun kategori kesulitan dalam berbahasa matematis yang mungkin dialami oleh siswa yaitu sebagai berikut.

1. Siswa tidak mampu untuk memecahkan kode kata-kata yang digunakan dalam masalah, tidak memahami kalimat, tidak memahami kosa kata tertentu dan tidak memiliki kepercayaan diri atau kemampuan untuk berkonsentrasi ketika membaca masalah. Contohnya siswa tidak mampu untuk memberikan keterangan dari apa yang diketahui dari sebuah soal cerita.
2. Siswa tidak bisa membayangkan konteks di mana masalah diatur atau pendekatan mereka diubah oleh konteks di mana masalah diberikan.
3. Siswa kesulitan dalam membentuk sebuah kalimat bilangan untuk beberapa masalah struktur kata daripada yang lain (Gooding, 2009: 1-2). Contohnya siswa kesulitan dalam mengubah soal cerita ke dalam bentuk kalimat matematika.

Adapun faktor penyebab kesulitan komunikasi yang dialami oleh siswa yaitu:

1. Perbedaan gaya belajar siswa
2. Penguasaan bahasa matematis siswa
3. Minat belajar matematika siswa
4. Ketakutan siswa berkomunikasi pada guru dan teman sekelasnya
5. Kemampuan representasi matematis siswa
6. Pengajaran guru di dalam kelas
7. Penggunaan representasi yang tidak sesuai (Zhe, 2012: 6)

Jadi, dapat disimpulkan bahwa komunikasi matematis adalah kemampuan menjelaskan suatu gagasan matematis secara lisan maupun tulisan menggunakan sajian gambar, grafik, tabel atau simbol yang relevan.

C. Wawancara Klinis Berbantuan *Tablet* Berbasis Multi Representasi untuk Mengatasi Kesulitan Komunikasi Matematis

Menurut Bungin (2011: 234), wawancara adalah sebuah proses memperoleh keterangan untuk tujuan penelitian dengan cara tanya jawab sambil bertatap muka antara pewawancara dengan responden atau orang yang diwawancarai, dengan atau tanpa menggunakan pedoman wawancara. Gulo (2010: 119) mengemukakan bahwa wawancara adalah bentuk komunikasi langsung antara peneliti dan responden. Komunikasi berlangsung dalam bentuk tanya-jawab dalam hubungan tatap muka, sehingga gerak dan mimik responden merupakan pola media yang melengkapi kata-kata secara verbal. Karena itu, wawancara tidak hanya

menangkap pemahaman atau ide, tetapi juga dapat menangkap perasaan, pengalaman, emosi, motif, yang dimiliki oleh responden yang bersangkutan.

Sebuah wawancara siswa didasarkan pada keyakinan bahwa melalui percakapan dan demonstrasi pemikiran siswa, kita dapat memulai untuk memecahkan masalah yang dialami oleh siswa (Tapper, 2012: 89). Guru melaporkan manfaat positif dari proses melakukan dan menganalisis wawancara siswa; ini termasuk wawasan yang lebih dalam proses menyiapkan bahan untuk pelajar individu, perbaikan mempertanyakan strategi, kecenderungan yang lebih besar untuk mendengarkan siswa tanpa prasangka, penghargaan untuk berbagai cara peserta didik memahami konsep yang sama, dan gagasan yang jelas tentang bagaimana konsep-konsep tertentu dapat mengembangkan pemikiran siswa (Tapper, 2012: 1).

Berdasarkan sifatnya, wawancara tergolong dalam beberapa jenis. Salah satu diantaranya adalah wawancara klinis. Wawancara klinis digunakan pertama kali dalam dunia pendidikan oleh seorang psikolog bernama Jean Piaget. Piaget menggunakan wawancara klinis untuk menyelidiki pengetahuan anak-anak dalam berbagai materi pelajaran termasuk matematika. Wawancara klinis juga digunakan sebagai sarana untuk mendiagnosis kesalahpahaman anak-anak dalam matematika (Moyer, 2002: 2). Menurut Zaskis dan Hazan (1999: 2), wawancara klinis sudah terbukti dapat memasuki pemikiran siswa. Ambrose, *et al.* (2004: 1) mengatakan bahwa wawancara klinis memberikan kesempatan kepada guru untuk mengeksplorasi dan membangun proses berpikir anak dengan melibatkan mereka ke dalam diskusi suatu masalah.

Sukses atau tidaknya wawancara klinis tergantung dari komunikasi verbal untuk memunculkan informasi dari orang yang diwawancarai yaitu siswa. Guru sebagai pewawancara harus paham bagaimana teknik bertanya yang efektif agar dapat memahami cara berpikir siswa (Buschman, 2001). Ralph (1999: 41-42) menjelaskan bahwa pertanyaan-pertanyaan yang diajukan dalam wawancara klinis hendaknya bisa merangsang pemikiran siswa. Pertanyaan-pertanyaan tersebut harus jelas dan padat. Setelah memberikan pertanyaan guru harus memberikan waktu kepada siswa untuk berpikir dan mempersiapkan jawaban serta membiarkan siswa untuk memberikan penjelasan atas jawaban yang diberikannya. Kemudian Schorr (2010: 10-11) menambahkan bahwa wawancara klinis biasanya dimulai dengan pertanyaan terbuka yang memungkinkan anak untuk menjawab secara bebas, berdasarkan pemikiran mereka. Setelah anak terlibat dalam suatu tugas, pewawancara kemudian dapat berpindah untuk lebih fokus dalam tindak lanjut atau ekstensi pertanyaan, untuk mulai memahami apa yang mungkin dipikirkan oleh anak. Ada juga pertanyaan spontan atau pertanyaan pada bagian tertentu yang diajukan oleh peneliti (pertanyaan tidak selalu berdasarkan pedoman wawancara).

Kemudian NCTM (2000: 24) mengungkapkan bahwa peran teknologi juga sangat penting dalam proses belajar dan mengajar matematika, teknologi berpengaruh terhadap matematika yang diajarkan dan meningkatkan pembelajaran siswa. Teknologi elektronik adalah alat yang sangat penting untuk mengajar, belajar, dan mengerjakan matematika. Teknologi melengkapi gambar visual dari ide-ide matematis serta dapat mendukung penyelidikan oleh siswa di tiap wilayah

matematika, termasuk geometri, statistik, aljabar, pengukuran, dan jumlah. Ketika alat-alat teknologi tersedia, siswa dapat fokus pada pengambilan keputusan, refleksi, penalaran, dan pemecahan masalah. Selain itu, teknologi dapat membantu siswa dalam belajar matematika. Penggunaan suatu media sangat bermanfaat untuk mengomunikasikan ide-ide yang biasanya sulit untuk dijelaskan. Contohnya dalam mengomunikasikan ide-ide yang berkaitan dengan transformasi grafik fungsi. Guru dan siswa dapat menggunakan representasi, cerita, gambar, simbol, benda-benda nyata dan virtual manipulatif, untuk membantu dalam mengomunikasikan pemikiran mereka kepada orang lain (Anthony, 2009: 157). NCTM (2000: 25) menambahkan dengan menggunakan komputer, siswa dapat memeriksa banyak contoh atau bentuk-bentuk representasi, sehingga mereka dapat membuat dan mengeksplorasi dugaan dengan mudah.

Komputer *tablet* atau ringkasnya tablet adalah suatu komputer *mobile* yang seluruhnya berupa layar sentuh datar. Ciri pembeda utamanya dibandingkan komputer/ *PC* adalah penggunaan layar sebagai perangkat masukan. Cara memasukkannya bisa dengan menggunakan *stylus*, pena *digital*, atau ujung jari (Wahana Komputer, 2012: 13). Komputer *tablet* adalah komputer yang punya layar minimal 4,8 *inchi* dan memiliki konektivitas *Wi-fi* (Winarno, 2012: 7).

Hwang, *et al.* (2007: 1) mengungkapkan bahwa keterampilan multi representasi siswa adalah kunci sukses dalam pemecahan masalah matematika. Siswa dengan kemampuan elaborasi tinggi dapat mengambil keuntungan yang lebih dari interaksi sesama siswa dan bimbingan dari guru untuk menghasilkan beragam ide-ide dan solusi dalam pemecahan masalah matematika. Kemudian

Ozmantar, *et al.* (2009: 2) menambahkan penelitian tentang multi representasi menunjukkan dua manfaat yang penting dalam penggunaan mereka: 1) multi representasi melayani siswa dalam kisaran yang lebih luas dengan gaya belajar yang berbeda dan mempromosikan pembelajaran yang efektif; 2) penggunaan multi representasi membuat siswa menjadi lebih paham terhadap suatu materi, karena setiap representasi menekankan berbagai aspek yang berbeda dari konsep yang sama. Kemudian Zhe (2012: 9) menambahkan bahwa pengajaran dengan menggunakan multi representasi dapat membantu siswa membangun kemampuan komunikasi matematis yang dimilikinya.

Multi representasi digunakan untuk memberikan informasi yang saling melengkapi ketika setiap representasi dalam sistem berisi berbagai informasi yang berbeda (Ainsworth, 2003: 7). Multi representasi dari masalah berfungsi sebagai sudut pandang yang berbeda untuk siswa menafsirkan masalah dan solusi (NCTM, 2000: 84). Contohnya domain dan range dari fungsi kuadrat tidak hanya dapat diselesaikan dalam sajian simbolik, namun dapat diselesaikan dalam sajian grafik.

Berkaitan dengan peran representasi dalam upaya mengembangkan dan mengoptimalkan kemampuan matematika siswa, sangat tepat jika dalam NCTM (2000) mencantumkan representasi (*representation*) sebagai proses standar kelima setelah *problem solving, reasoning, communication, and connection*. Menurut Hwang, *et al.* (2007: 2), untuk lebih memahami kendala pembelajaran dan mengolah kemampuan berpikir kreatif siswa, guru perlu menilai solusi dari prosedur penyelesaian siswa secara rinci, terutama multi representasi, termasuk

simbol, grafik, dan bahasa sehingga guru dapat menentukan jika siswa salah mengerti konsep tertentu atau terjebak pada titik tertentu. Kemudian para guru dapat menyediakan bimbingan yang lebih efektif kepada siswa.

Dapat disimpulkan bahwa wawancara klinis berbantuan *tablet* berbasis multi representasi adalah suatu proses tanya jawab yang dilakukan oleh pewawancara kepada responden yang diwawancarai dengan bantuan media *tablet* berbasis multi representasi yang bertujuan :

1. Untuk menggali pemahaman siswa tentang suatu materi
2. Untuk mengetahui kesalahpahaman siswa agar guru dapat memperbaiki kesalahpahaman tersebut
3. Untuk lebih memahami kesulitan yang dialami siswa dalam belajar.
4. Untuk mempermudah siswa dalam memahami suatu materi.
5. Untuk memperdalam dan membangun pemahaman serta komunikasi matematis siswa dalam suatu materi

D. Respon Siswa Terhadap Penggunaan Wawancara Klinis Berbantuan *Tablet* Berbasis Multi Representasi Untuk Mengatasi Kesulitan Komunikasi Matematis Siswa

Menurut Zulhelmi (2009: 11) respon siswa adalah penerimaan, tanggapan dan aktivitas yang diberikan siswa selama pembelajaran. Seifert (2012: 153) mengungkapkan bahwa merespon adalah keinginan untuk melakukan sesuatu menyangkut stimulus atau gagasan di samping hanya sekedar menyadari. Skinner (1953 : 64-66) menambahkan bahwa respon yang telah terjadi tentu saja tidak bisa

diramalkan atau dikendalikan, kita hanya bisa memprediksi bahwa jawaban serupa akan terjadi di masa depan. Skinner membedakan adanya dua macam respon, yaitu:

1. Respon yang ditimbulkan oleh perangsang-perangsang tertentu. Perangsang-perangsang itu disebut *eliciting stimuli*, yang menimbulkan respon yang relatif tetap, misalnya makanan yang menimbulkan keluarnya air liur.
2. Respon yang timbul dan berkembangnya diikuti oleh perangsang-perangsang tertentu. Perangsang yang demikian itu disebut *reinforcing stimuli* atau *reinforcer*, perangsang-perangsang tersebut memperkuat respon yang telah dilakukan oleh organisme. Jadi, perangsang yang demikian itu mengikuti, dan karenanya memperkuat, sesuatu tingkah laku tertentu yang telah dilakukan. Jika seorang anak belajar, lalu mendapatkan hadiah, maka dia akan lebih giat lagi belajar, responnya menjadi lebih intens.

UPI menyatakan bahwa,

Tanggapan atau jawaban (*responding*) mempunyai beberapa pengertian, antara lain sebagai berikut:

1. Tanggapan dilihat dari segi pendidikan diartikan sebagai perilaku baru dari sasaran didik (siswa) sebagai manifestasi dari pendapatnya yang timbul karena adanya perangsang pada saat ia belajar.
2. Tanggapan dilihat dari segi psikologi perilaku (*behavior psychology*) adalah segala perubahan perilaku organisme yang terjadi atau yang timbul karena adanya perangsang dan perubahan tersebut dapat diamati.
3. Tanggapan dilihat dari segi adanya kemampuan dan kemauan untuk bereaksi terhadap suatu kejadian (*stimulus*) dengan cara berpartisipasi dalam berbagai bentuk. (UPI, 2009: 7-8)

Terkait dengan pembelajaran yang berlangsung dalam penelitian ini yaitu wawancara klinis berbantuan *tablet* berbasis multi representasi. Tujuan dari

pembelajaran ini adalah untuk membantu siswa mengatasi kesulitan komunikasi matematis yang mereka alami. Salah satu cara untuk mengatasi kesulitan yang dialami oleh siswa adalah dengan pemberian stimulus yang dapat memperkuat siswa untuk mengatasi ataupun menghilangkan kesulitan yang mereka alami. Stimulus yang akan diberikan kepada siswa akan lebih efektif jika kita dapat menjangkau lebih dalam pemikiran siswa. Terjangkaunya lebih dalam pemikiran siswa dapat membuat guru mengetahui kesulitan apa yang dialami siswa dan guru dapat memikirkan stimulus apa yang akan diberikan kepada siswa agar kesulitannya dapat teratasi. Jadi, dapat disimpulkan bahwa respon siswa adalah tanggapan siswa terhadap suatu kejadian (*stimulus*) selama pembelajaran berlangsung.

E. Fungsi Kuadrat

Adapun materi fungsi kuadrat yang akan disampaikan dalam wawancara klinis yaitu :

1. Domain dan Range Fungsi Kuadrat

Domain adalah himpunan elemen-elemen pada mana fungsi itu mendapat nilai (Purcell, 1987: 49). *Domain* suatu fungsi dapat kita representasikan ke dalam berbagai macam sajian representasi, yaitu dapat disajikan dalam bentuk simbol, tabel, atau grafik yang relevan. Sebagai contoh *domain* dari fungsi $f(x) = x^2 - 2x - 3$ adalah $\{x \in R\}$. Karena setiap kita mengambil sembarang nilai x pada fungsi tersebut, kita selalu mendapatkan nilai dari fungsi tersebut.

Secara tabel, jika kita memasukkan sembarang nilai x dengan $x \in \mathbb{R}$ maka kita akan mendapatkan nilai y .

x	...	-2	-1	0	1	2	3	4	...
$f(x) = y$...	5	0	-3	-4	-3	0	5	...

←-----→ X

Secara grafik, dapat dilihat bahwa *domain* grafik fungsi kuadrat itu adalah setiap kita mengambil nilai x pada sumbu x , kita selalu mendapatkan nilai y pada sumbu y sedemikian sehingga (x,y) terletak pada grafik. Untuk menggambarkan suatu grafik fungsi kuadrat, kita perlu mengetahui titik potong grafik terhadap sumbu x dan sumbu y , kemudian titik puncak dari grafik tersebut. Titik potong grafik fungsi $f(x) = x^2 - 2x - 3$ terhadap sumbu x , syarat $y = 0$

$$f(x) = x^2 - 2x - 3$$

$$y = x^2 - 2x - 3$$

$$0 = x^2 - 2x - 3$$

$$0 = (x - 3)(x + 1)$$

$$x - 3 = 0 \text{ atau } x + 1 = 0$$

$$x = 3 \text{ atau } x = -1$$

Jadi titik potong grafik fungsi $f(x) = x^2 - 2x - 3$ terhadap sumbu x adalah $(-1,0)$ dan $(3,0)$.

Titik potong grafik fungsi $f(x) = x^2 - 2x - 3$ terhadap sumbu y , syarat $x = 0$

$$f(x) = x^2 - 2x - 3$$

$$y = x^2 - 2x - 3$$

$$y = (0)^2 - 2(0) - 3$$

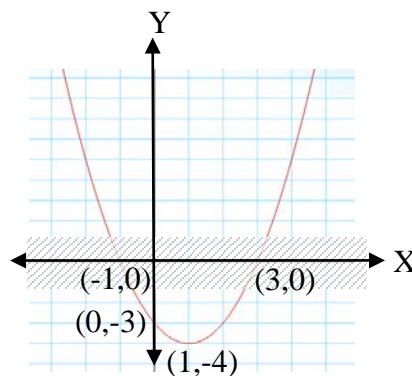
$$y = -3$$

Jadi, titik potong grafik fungsi $f(x) = x^2 - 2x - 3$ terhadap sumbu y adalah (0,-3).

Titik puncak dari grafik fungsi $f(x) = x^2 - 2x - 3$ yaitu

$$\begin{aligned} & \left(\frac{-b}{2a}, \frac{-D}{4a} \right) \\ & \left(\frac{-(-2)}{2(1)}, \frac{-(b^2 - 4ac)}{4a} \right) \\ & \left(\frac{2}{2}, \frac{-((-2)^2 - 4(1)(-3))}{4(1)} \right) \\ & \left(1, \frac{-(4 + 12)}{4} \right) \\ & \left(1, \frac{-16}{4} \right) \\ & (1, -4) \end{aligned}$$


Jadi, titik puncak dari grafik fungsi $f(x) = x^2 - 2x - 3$ adalah (1,-4)



Range adalah himpunan nilai-nilai yang diperoleh secara demikian. Jika setiap anggota pada *domain* kita masukkan kedalam fungsi tersebut maka kita akan mendapatkan himpunan nilai-nilai yang diperoleh dari fungsi tersebut (Purcell, 1987: 49). *Range* dari fungsi $f(x) = x^2 - 2x - 3$ adalah $\{y \in R: y \geq$

-4}. Secara tabel dapat dilihat bahwa nilai y terkecil dari semua nilai y yang terpetakan adalah -1 dan nilai y terus membesar. Oleh karena itu, range dari fungsi kuadrat tersebut adalah $y \geq -4, y \in \mathbb{R}$

x	$f(x) = y$
1	-4
0	-3
2	-3
-1	0
3	0
-2	5
4	5
.	.
.	.
.	.



Secara grafik, range dari grafik fungsi kuadrat itu adalah $y \geq -4, y \in \mathbb{R}$, karena grafik fungsi kuadrat tersebut tergambar dari $y \geq -4, y \in \mathbb{R}$. Untuk menggambarkan suatu grafik fungsi kuadrat, kita perlu mengetahui titik potong grafik terhadap sumbu x dan sumbu y , kemudian titik puncak dari grafik tersebut.

Titik potong grafik fungsi $f(x) = x^2 - 2x - 3$ terhadap sumbu x , syarat $y = 0$

$$f(x) = x^2 - 2x - 3$$

$$y = x^2 - 2x - 3$$

$$0 = x^2 - 2x - 3$$

$$0 = (x - 3)(x + 1)$$

$$x - 3 = 0 \text{ atau } x + 1 = 0$$

$$x = 3 \text{ atau } x = -1$$

Jadi titik potong grafik fungsi $f(x) = x^2 - 2x - 3$ terhadap sumbu x adalah $(-1, 0)$ dan $(3, 0)$.

Titik potong grafik fungsi $f(x) = x^2 - 2x - 3$ terhadap sumbu y, syarat $x = 0$

$$f(x) = x^2 - 2x - 3$$

$$y = x^2 - 2x - 3$$

$$y = (0)^2 - 2(0) - 3$$

$$y = -3$$

Jadi, titik potong grafik fungsi $f(x) = x^2 - 2x - 3$ terhadap sumbu y adalah (0,-3).

Titik puncak dari grafik fungsi $f(x) = x^2 - 2x - 3$ yaitu

$$\left(\frac{-b}{2a}, \frac{-D}{4a} \right)$$

$$\left(\frac{-(-2)}{2(1)}, \frac{-(b^2 - 4ac)}{4a} \right)$$

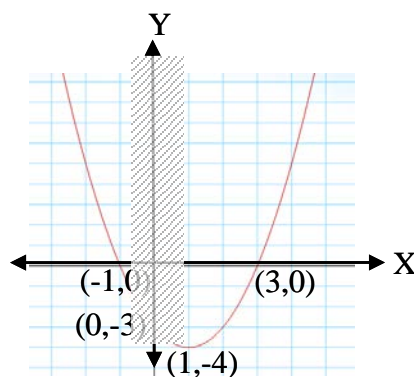
$$\left(\frac{2}{2}, \frac{-((-2)^2 - 4(1)(-3))}{4(1)} \right)$$

$$\left(1, \frac{-(4 + 12)}{4} \right)$$

$$\left(1, \frac{-16}{4} \right)$$

$$(1, -4)$$

Jadi, titik puncak dari grafik fungsi $f(x) = x^2 - 2x - 3$ adalah (1,-4)



2. Unsur-unsur Fungsi Kuadrat

Unsur-unsur pada fungsi kuadrat yaitu titik potong fungsi kuadrat terhadap sumbu x atau sumbu y, titik puncak, sumbu simetri, nilai maksimum/ minimum, domain dan range fungsi kuadrat. Unsur-unsur suatu fungsi kuadrat dapat kita sajikan ke dalam berbagai macam sajian yaitu simbol, tabel, dan grafik yang relevan. Salah satu contohnya adalah jika kita ingin membentuk suatu fungsi kuadrat dengan unsur yang diketahui adalah titik potong terhadap sumbu X yaitu (1,0) dan (5,0). Kita dapat menggunakan rumus $y = a(x - x_1)(x - x_2)$ dengan $x_1 = 1$ dan $x_2 = 5$, serta $a \in R, a \neq 0$.

$$y = a(x - x_1)(x - x_2)$$

$$y = a(x - 1)(x - 5)$$

$$y = a(x^2 - x - 5x + 5)$$

$$y = a(x^2 - 6x + 5) \text{ dengan } a \in R, a \neq 0$$

Dari uraian yang telah dikemukakan, maka kita dapat membentuk banyak fungsi kuadrat yang memotong sumbu X di titik (1,0) dan 5,0) dengan mengganti nilai a dengan bilangan riil sesuai yang kita inginkan, contoh dari fungsi yang dapat dibentuk yaitu:

$$y = x^2 - 6x + 5 \text{ atau } y = 2x^2 - 12x + 10$$

Secara tabel :

Untuk membuat suatu fungsi kuadrat, kita memerlukan beberapa unsur yang diketahui. Berdasarkan soal yang diketahui adalah titik potong terhadap sumbu X yaitu (1,0) dan (5,0). Dari uraian secara simbolik kita ketahui bahwa rumus umum

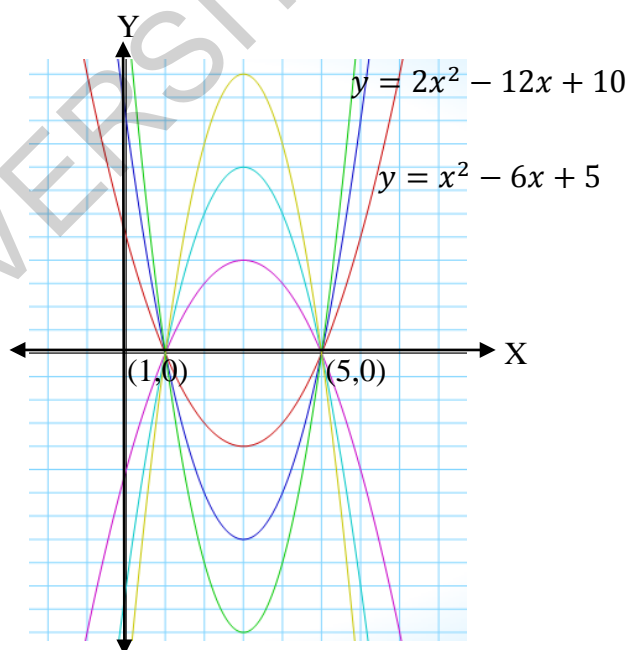
fungsi kuadrat yang memotong sumbu X di titik (1,0) dan (5,0) adalah $y = a(x^2 - 6x + 5)$

x	...	1	2	3	4	5	...
$f(x) = y$...	0	-3a	-4a	-3a	0	...

Dari tabel di atas, dapat dilihat bahwa dengan mengganti a dengan sembarang bilangan riil, suatu grafik fungsi kuadrat tetap akan memotong sumbu X di titik (1,0) dan (5,0). Oleh karena itu, banyak fungsi kuadrat yang dapat dibentuk dari fungsi kuadrat yang memotong sumbu X di titik (1,0) dan (5,0). Contohnya adalah $y = x^2 - 6x + 5$ atau $y = 2x^2 - 12x + 10$

Secara grafik:

Untuk membuat suatu fungsi kuadrat, kita memerlukan beberapa unsur yang diketahui. Berdasarkan soal yang diketahui adalah titik potong terhadap sumbu X yaitu (1,0) dan (5,0). Beberapa contoh grafik fungsi kuadrat yang memotong sumbu X di titik (1,0) dan (5,0) yaitu:



3. Mengubah Bentuk Fungsi Kuadrat Sempurna Menjadi Bentuk Umum Fungsi Kuadrat

Suatu fungsi kuadrat sempurna dapat diubah ke dalam bentuk umum fungsi kuadrat. Untuk mengetahui bahwa suatu fungsi kuadrat (a) merupakan bentuk kuadrat sempurna dari fungsi kuadrat (b) kita dapat mengerjakannya ke dalam berbagai macam sajian representasi yaitu secara simbolik dan grafik yang relevan. Sebagai contoh fungsi $f(x) = x^2 + 4x - 12$ dapat diubah ke dalam bentuk kuadrat sempurna menjadi fungsi $f(x) = (x + 2)^2 - 16$

Secara simbolik

Fungsi $f(x) = x^2 + 4x - 12$ dapat diubah ke dalam bentuk kuadrat sempurna dengan cara

$$f(x) = x^2 + 4x - 12$$

$$f(x) = x^2 + 4x + 4 - 16$$

$$f(x) = (x^2 + 4x + 4) - 16$$

$$f(x) = (x + 2)^2 - 16$$

Dapat dilihat dari uraian di atas bahwa fungsi $f(x) = x^2 + 4x - 12$ dapat diubah ke dalam bentuk kuadrat sempurna menjadi $f(x) = (x + 2)^2 - 16$

Fungsi $f(x) = (x + 2)^2 - 16$ dapat diubah ke dalam bentuk umum fungsi kuadrat dengan cara

$$f(x) = (x + 2)^2 - 16$$

$$f(x) = (x^2 + 4x + 4) - 16$$

$$f(x) = x^2 + 4x + 4 - 16$$

$$f(x) = x^2 + 4x - 12$$

Dapat dilihat dari uraian di atas bahwa fungsi $f(x) = (x + 2)^2 - 16$ merupakan bentuk kuadrat sempurna dari fungsi $f(x) = x^2 + 4x - 12$

Secara grafik:

Fungsi $f(x) = x^2 + 4x - 12$.

Dari fungsi tersebut, kita dapat membuat suatu grafik fungsi kuadrat dengan mencari titik potong fungsi tersebut terhadap sumbu x dan sumbu y, kemudian kita mencari titik puncak dari fungsi tersebut.

Titik potong fungsi $f(x) = x^2 + 4x - 12$ terhadap sumbu x, syarat $y = 0$

$$f(x) = x^2 + 4x - 12$$

$$y = x^2 + 4x - 12$$

$$0 = x^2 + 4x - 12$$

$$0 = (x + 6)(x - 2)$$

$$x + 6 = 0 \text{ atau } x - 2 = 0$$

$$x = -6 \text{ atau } x = 2$$

Jadi, titik potong $f(x) = x^2 + 4x - 12$ terhadap sumbu x adalah (-6,0) dan (2,0).

Titik potong fungsi $f(x) = x^2 + 4x - 12$ terhadap sumbu y, syarat $x = 0$

$$f(x) = x^2 + 4x - 12$$

$$y = (0)^2 + 4(0) - 12$$

$$y = 0 + 0 - 12$$

$$y = -12$$

Jadi, titik potong $f(x) = x^2 + 4x - 12$ terhadap sumbu y adalah (0, -12)

Titik puncak fungsi $f(x) = x^2 + 4x - 12$ yaitu

$$\left(\frac{-b}{2a}, \frac{-D}{4a}\right)$$

$$\left(\frac{-4}{2(1)}, \frac{-(b^2 - 4ac)}{4a}\right)$$

$$\left(\frac{-4}{2}, \frac{-((4)^2 - 4(1)(-12))}{4(1)}\right)$$

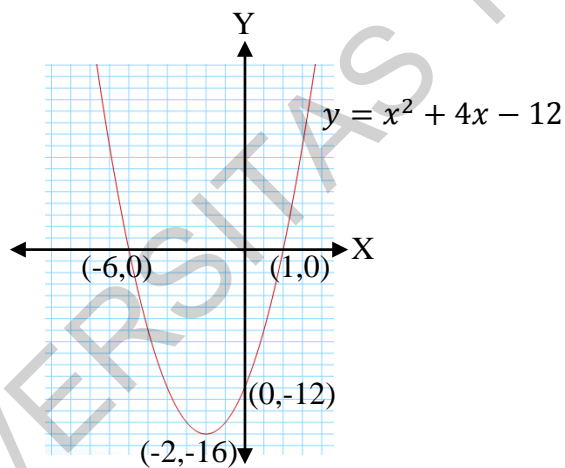
$$\left(-2, \frac{-(16 - (-48))}{4}\right)$$

$$\left(-2, \frac{-64}{4}\right)$$

$$(-2, -16)$$

Jadi, titik puncak $f(x) = x^2 + 4x - 12$ adalah $(-2, -16)$.

Gambar dari grafik $f(x) = x^2 + 4x - 12$ yaitu :



$$\text{Fungsi } f(x) = (x + 2)^2 - 16$$

Dari fungsi tersebut, kita dapat membuat suatu grafik fungsi kuadrat dengan mencari titik puncak fungsi tersebut, kemudian kita mencari titik potong fungsi tersebut terhadap sumbu x dan sumbu y.

Titik puncak dari fungsi $f(x) = (x + 2)^2 - 16$ adalah $(-2, -16)$ dilihat dari rumus umumnya yaitu $f(x) = (x - x_p)^2 + y_p$ dengan (x_p, y_p) merupakan titik puncak dari fungsi tersebut.

Titik potong fungsi $f(x) = (x + 2)^2 - 16$ terhadap sumbu x , syarat $y = 0$

$$f(x) = (x + 2)^2 - 16$$

$$y = (x + 2)^2 - 16$$

$$0 = (x + 2)^2 - 16$$

$$16 = (x + 2)^2$$

$$\pm 4 = x + 2$$

$$4 = x + 2 \text{ atau } -4 = x + 2$$

$$x = 2 \text{ atau } x = -6$$

Jadi, titik potong fungsi $f(x) = (x + 2)^2 - 16$ terhadap sumbu x adalah $(-6, 0)$ dan $(2, 0)$.

Titik potong fungsi $f(x) = (x + 2)^2 - 16$ terhadap sumbu y , syarat $x = 0$

$$f(x) = (x + 2)^2 - 16$$

$$y = (x + 2)^2 - 16$$

$$y = (0 + 2)^2 - 16$$

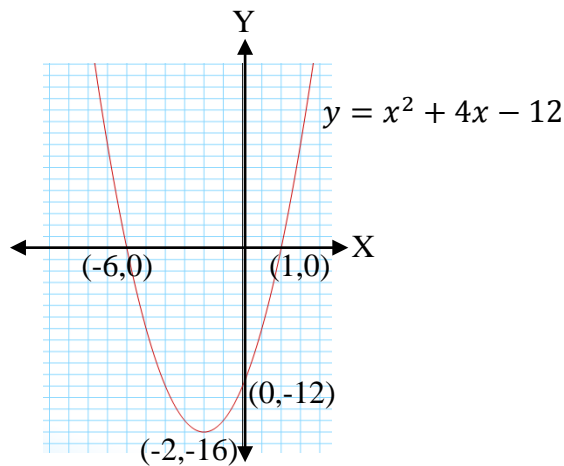
$$y = (2)^2 - 16$$

$$y = 4 - 16$$

$$y = -12$$

Jadi, titik potong fungsi $f(x) = (x + 2)^2 - 16$ terhadap sumbu y adalah $(0, -12)$.

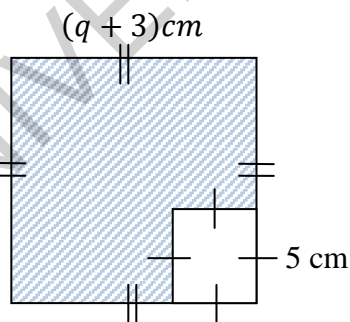
Gambar dari grafik fungsi $f(x) = (x + 2)^2 - 16$ yaitu



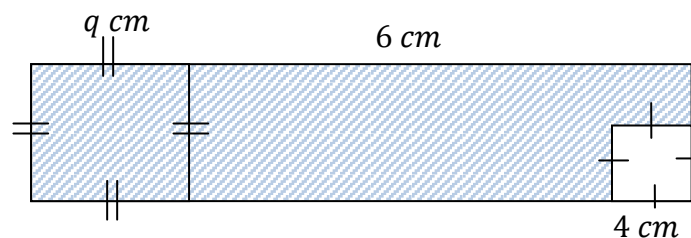
Dapat dilihat bahwa grafik $f(x) = x^2 + 4x - 12$ sama dengan grafik fungsi $f(x) = (x + 2)^2 - 16$. Hal ini berarti fungsi $f(x) = x^2 + 4x - 12$ ekuivalen dengan fungsi $f(x) = (x + 2)^2 - 16$. Sehingga $f(x) = x^2 + 4x - 12$ dapat diubah ke dalam bentuk kuadrat sempurna menjadi $f(x) = (x + 2)^2 - 16$.

4. Penerapan Materi Fungsi Kuadrat

Salah satu penerapan dari fungsi kuadrat adalah mencari luas daerah yang diarsir dari suatu bangun datar. Kita dapat mencari luas daerah yang diarsir dari suatu bangun datar dengan berbagai macam sajian yaitu simbol, tabel, dan grafik yang relevan. Salah satu contohnya adalah perhatikan gambar (a) dan (b) di bawah ini! Apakah luas daerah yang diarsir pada (a) dan (b) sama besar? Jika ya, jelaskan alasanmu secara simbolik, tabel, dan grafik!



(a)



(b)

Penyelesaian :

Ya, bangun datar (a) dan (b) adalah sama.

Alasan:

Secara simbolik

$$L_{(a)} = \text{Luas persegi besar} - \text{Luas persegi kecil}$$

$$L_{(a)} = (q + 3)(q + 3) - 5(5)$$

$$L_{(a)} = (q^2 + 3q + 3q + 9) - 25$$

$$L_{(a)} = q^2 + 6q + 9 - 25$$

$$L_{(a)} = q^2 + 6q - 16$$

$$L_{(b)} = \text{Luas persegi panjang} - \text{Luas persegi}$$

$$L_{(b)} = q(q + 6) - 4(4)$$

$$L_{(b)} = q^2 + 6q - 16$$

Dapat dilihat dari uraian secara simbolik bahwa luas daerah yang diarsir pada bangun (a) sama dengan luas daerah yang diarsir pada bangun (b) yaitu $L(q) = q^2 + 6q - 16$. Nilai q yang dapat dimasukkan ke dalam fungsi $L(q)$ adalah q yang positif, q yang mungkin terjadi pada gambar, dan q yang menyebabkan nilai $L(q)$ menjadi positif karena luas suatu bangun tidak bernilai negatif.

Secara tabel:

Luas daerah yang diarsir pada bangun datar (a) adalah $(q + 3)(q + 3) - 5(5)$

q	3	4	5	6	7	...
$L(q) = y$	11	24	39	56	75	...

Luas daerah yang diarsir pada bangun datar (b) adalah $q(q + 6) - 4(4)$

q	3	4	5	6	7	...
$L(q) = y$	11	24	39	56	75	...

Dari kedua tabel di atas, dapat dilihat bahwa dengan memasukkan nilai q yang sama, kita akan mendapatkan nilai y atau luas daerah yang diarsir pada kedua bangun adalah sama besar.

Secara grafik:

Luas daerah yang diarsir pada bangun datar (a) dapat membentuk suatu fungsi kuadrat dengan rumus fungsi $L(q) = (q + 3)^2 - 25$. Dari fungsi tersebut, kita dapat membuat suatu grafik fungsi kuadrat dengan mencari titik puncak fungsi tersebut, kemudian kita mencari titik potong fungsi tersebut terhadap sumbu q dan sumbu L .

Titik puncak dari fungsi $L(q) = (q + 3)^2 - 25$ adalah $(-3, -25)$ dilihat dari rumus umumnya yaitu $f(x) = (x - x_p)^2 + y_p$ dengan (x_p, y_p) merupakan titik puncak dari fungsi tersebut.

Titik potong fungsi $L(q) = (q + 3)^2 - 25$ terhadap sumbu q , syarat $L = 0$

$$L(q) = (q + 3)^2 - 25$$

$$L = (q + 3)^2 - 25$$

$$0 = (q + 3)^2 - 25$$

$$25 = (q + 3)^2$$

$$\pm 5 = q + 3$$

$$5 = q + 3 \text{ atau } -5 = q + 3$$

$$q = 2 \text{ atau } q = -8$$

Jadi, titik potong fungsi $L(q) = (q + 3)^2 - 25$ terhadap sumbu q adalah $(-8,0)$ dan $(2,0)$.

Titik potong fungsi $L(q) = (q + 3)^2 - 25$ terhadap sumbu L , syarat $q = 0$

$$L(q) = (q + 3)^2 - 25$$

$$L(q) = (0 + 3)^2 - 25$$

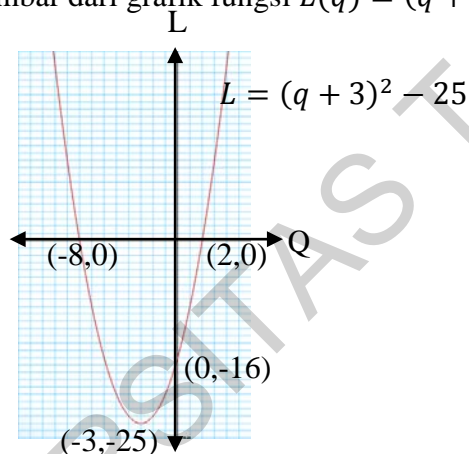
$$L(q) = (3)^2 - 25$$

$$L(q) = 9 - 25$$

$$L(q) = -16$$

Jadi, titik potong fungsi $L(q) = (q + 3)^2 - 25$ terhadap sumbu y adalah $(0,-16)$.

Gambar dari grafik fungsi $L(q) = (q + 3)^2 - 25$ yaitu :



Dapat dilihat dari grafik tersebut bahwa nilai q yang memenuhi agar luas bangun (a) tidak menghasilkan nilai yang negatif dan memenuhi syarat pada gambar (a) dan (b) adalah $q > 2$, dengan $q \in \mathbb{R}$.

Luas daerah yang diarsir pada bangun datar (b) dapat membentuk suatu fungsi kuadrat dengan rumus fungsi $L(q) = q^2 + 6q - 16$. Dari fungsi tersebut, kita dapat membuat suatu grafik fungsi kuadrat dengan mencari titik potong

fungsi tersebut terhadap sumbu q dan sumbu L , kemudian kita mencari titik puncak dari fungsi tersebut.

Titik potong fungsi $L(q) = q^2 + 6q - 16$ terhadap sumbu q syarat $L = 0$

$$L(q) = q^2 + 6q - 16$$

$$0 = q^2 + 6q - 16$$

$$0 = (q + 8)(q - 2)$$

$$q + 8 = 0 \text{ atau } q - 2 = 0$$

$$q = -8 \text{ atau } q = 2$$

Jadi, titik potong $L(q) = q^2 + 6q - 16$ terhadap sumbu q adalah $(-8,0)$ dan $(2,0)$.

Titik potong fungsi $L(q) = q^2 + 6q - 16$ terhadap sumbu L , syarat $q = 0$

$$L(q) = q^2 + 6q - 16$$

$$L = (0)^2 + 6(0) - 16$$

$$L = 0 - 16$$

$$L = -16$$

Jadi, titik potong $L(q) = q^2 + 6q - 16$ terhadap sumbu y adalah $(0, -16)$

Titik puncak fungsi $L(q) = q^2 + 6q - 16$ yaitu

$$\left(\frac{-b}{2a}, \frac{-D}{4a} \right)$$

$$\left(\frac{-6}{2(1)}, \frac{-(b^2 - 4ac)}{4a} \right)$$

$$\left(\frac{-6}{2}, \frac{-((6)^2 - 4(1)(-16))}{4(1)} \right)$$

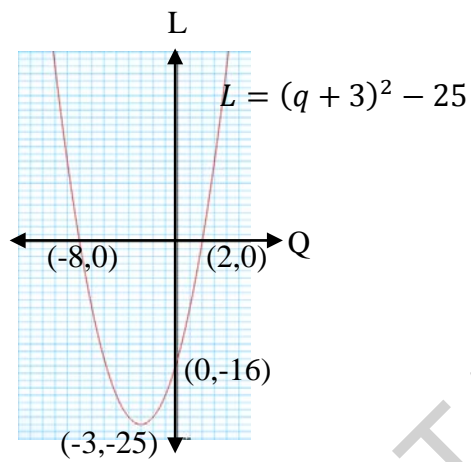
$$\left(-3, \frac{-(36 - (-64))}{4} \right)$$

$$\left(-3, \frac{-100}{4}\right)$$

$$(-3, -25)$$

Jadi, titik puncak $L(q) = q^2 + 6q - 16$ adalah $(-3, -25)$.

Gambar dari grafik fungsi $L(q) = q^2 + 6q - 16$ yaitu :



Dapat dilihat dari grafik tersebut bahwa nilai q yang memenuhi agar luas bangun (b) tidak menghasilkan nilai yang negative dan memenuhi syarat pada gambar (a) dan (b) adalah $q > 2$, dengan $q \in \mathbb{R}$. Dapat dilihat dari kedua gambar grafik yang dihasilkan dari rumus fungsi luas daerah yang diarsir pada bangun datar (a) dan (b) bahwa kedua grafik yang terbentuk adalah grafik yang sama. Hal ini berarti bahwa setiap kita memasukkan nilai q pada kedua fungsi luas daerah yang diarsir pada bangun (a) dan (b), kita akan mendapatkan suatu nilai L yang sama. Akibatnya, kita akan mendapatkan luas daerah yang diarsir adalah sama.