

DAFTAR RIWAYAT HIDUP

Curriculum Vitae

Nama : Karmilawati
Tempat dan Tanggal Lahir : Ensali Jaya, 10 April 1997
Alamat : SP 4 Ensali Jaya Desa Ensalang
Kecamatan Sekadau Hilir
Jenis Kelamin : Perempuan
Tinggi/Berat Badan : 162 cm / 57 kg
Nomor HP : 085650853461
E-mail : karmilawati.qc2018@gmail.com



Riwayat Pendidikan

Periode (Tahun)	Sekolah / Institusi / Universitas	Jurusan/Prodi	Tahun Lulus
2003	SDN 41 Ensalang	-	2009
2009	SMPN 1 Sekadau Hilir	-	2012
2012	SMAN 1 Sekadau Hilir	IPA	2015
2015	Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam	Matematika/ Matematika	2022

Pelatihan/Seminar yang pernah diikuti

Tahun	Lembaga / Institusi	Keterangan
2016	Jurusan Matematika	Peserta Seminar “Meningkatkan Produktifitas Pemuda Kalbar dan Menyongsong Pasar Global Ekonomi Asean(MEA)”
2016	BEM FMIPA UNTAN	Leadership Training 1
2019	KOMINFO	Peserta Pelatihan Digital Talent Scholarship “Big Data Analytics”

Pengalaman Bekerja

Tahun	Nama Organisasi	Jabatan
2018	Badan Perencanaan Pembangunan, Penelitian, dan Pengembangan Daerah (Bappeda)	Magang

Pengalaman Kepanitiaan

Tahun	Kegiatan	Jabatan
2018	Kompetisi Matematika	CO Bendahara
2018	Orientasi dan Edukasi di Lingkungan Mahasiswa Matematika	CO Konsumsi

SPEKTRUM *DETOUR* PADA GRAF HELM TERTUTUP

KARMILAWATI
NIM H1011151001

SKRIPSI



PROGRAM STUDI MATEMATIKA
JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS TANJUNGPURA
PONTIANAK
2022

SPEKTRUM *DETOUR* PADA GRAF HELM TERTUTUP

KARMILAWATI
NIM H1011151001

SKRIPSI

Sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana Matematika pada Program Studi Matematika



**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS TANJUNGPURA
PONTIANAK
2022**

SPEKTRUM *DETOUR* PADA GRAF HELM TERTUTUP

INTISARI

Matriks detour dari graf G merupakan matriks berukuran $n \times n$ dinotasikan $DD(G)$ dengan entri ke- ij (*baris ke- i dan kolom ke- j*) merupakan panjang lintasan terpanjang antara titik i dan j . Spektrum detour merupakan sebuah matriks simetri yang entrinya berisi nilai eigen dan multiplisitas dari nilai eigen pada matriks detour. Spektrum detour dari G dinotasikan $spec_{DD}(G)$. Pada penelitian ini mencari rumusan pola tentang spektrum detour dari graf helm tertutup, dengan banyaknya titik $2n + 1$ dan banyaknya sisi $4n$ untuk $n \geq 3, n \in N$. Untuk menentukan spektrum detour graf helm tertutup (CH_n) dimulai dengan menentukan matriks detour dari graf helm tertutup, dilanjutkan dengan menentukan nilai eigen dan multiplisitas masing-masing nilai eigen dari matriks $DD(CH_n)$.

Kata Kunci : *matriks detour, nilai eigen, multiplisitas*

SPECTRUM DETOUR IN CLOSED HELMET GRAPH

ABSTRACT

The detour matrix of graph G is an $n \times n$ matrix denoted $DD(G)$ with the ij entry (i -th row and j -th column) being the longest path length between points i and j . The detour spectrum is a symmetric matrix whose entries contain the eigenvalues and the multiplicity of the eigenvalues in the detour matrix. The detour spectrum of G is denoted $spec_{DD}(G)$. In this research, we are looking for a pattern formula regarding the detour spectrum of a closed helmet graph, with the number of points $2n + 1$ and the number of edges $4n$ for $n \geq 3, n \in N$. To determine the detour spectrum of a closed helmet graph (CH_n) begins by determining the detour matrix of the closed helmet graph, followed by determining the eigenvalues and multiplicity of each eigenvalue of the matrix $DD(CH_n)$.

.

Keyword: *detour matrix, eigenvalues, multiplicity*

KATA PENGANTAR

Puji dan syukur kehadiran Allah SWT yang telah memberikan karunia yang tidak terhingga sehingga masa perkuliahan hingga skripsi ini dapat diselesaikan dengan sebaik-baiknya. Penulisan skripsi ini merupakan syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Matematika dari Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Tanjungpura. Oleh karena itu, penulis ingin mengucapkan terima kasih kepada:

1. Kedua orangtua tercinta, Bapak Bandio dan Ibu Mujiati, serta Mas Indra dan Mbak Erna selaku kakak yang telah banyak memberikan doa, dukungan material dan nonmaterial beserta segala hal yang saya butuhkan hingga akhirnya skripsi ini dapat diselesaikan sebaik mungkin.
2. Ibu Dr. Evi Noviani, M.Si dan Bapak Fransiskus Fran, M.Si selaku dosen pembimbing pertama dan kedua saya yang telah membimbing dan banyak memberikan masukan sehingga skripsi ini dapat diselesaikan.
3. Bapak Drs. Helmi, M.Si dan Bapak Dr. Bayu Prihandono, M.Sc selaku dosen penguji pertama dan kedua saya yang telah memberikan saran dan masukan sehingga skripsi ini dapat menjadi lebih baik.
4. Teman-teman Matematika angkatan 2015 yang selalu mendukung dan memotivasi untuk menyelesaikan skripsi ini, baik secara langsung maupun dari jauh.

Akhirnya, saya berharap skripsi ini dapat memberikan kontribusi bagi kampus saya Jurusan Matematika FMIPA Untan serta bermanfaat dan dapat menambah pengetahuan bagi pembaca.. Kritik dan saran yang membangun akan sangat berarti bagi perbaikan skripsi ini.

Pontianak, Desember 2022

Penulis

DAFTAR ISI

INTISARI	i
ABSTRACT	ii
KATA PENGANTAR.....	iii
DAFTAR ISI.....	iv
DAFTAR SIMBOL	vi
BAB I PENDAHULUAN.....	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah.....	2
1.3 Tujuan Penelitian	2
1.4 Batasan Masalah	2
1.5 Tinjauan Pustaka.....	2
1.6 Metodologi Penelitian.....	3
BAB II LANDASAN TEORI	5
2.1 Matriks	5
2.2 Jenis-jenis matriks.....	5
2.3 Operasi pada Matriks	6
2.4 Teori Graf.....	7
2.5 Graf Helm Tertutup.....	7
2.6 Spektrum Graf.....	7
2.7 Spektrum <i>Detour</i> dari suatu graf.....	9
BAB III PEMBAHASAN	11
3.1 Spektrum <i>Detour</i> dari Graf Helm Tertutup (CH_3)	11
3.2 Spektrum <i>Detour</i> dari Graf Helm Tertutup (CH_n).....	21
BAB IV KESIMPULAN.....	26
DAFTAR PUSTAKA	27

DAFTAR GAMBAR

Gambar 1.1 <i>Flowchart</i> Spektrum <i>Detour</i> pada Graf Helm Tertutup	4
Gambar 2.1 Graf Helm Tertutup CH_3 dan CH_4	7
Gambar 2.2 Graf Lengkap K_3	8
Gambar 3.1 Graf Helm Tertutup CH_3	11

DAFTAR SIMBOL

$G = (V(G), E(G))$: Graf G dengan himpunan titik pada $V(G)$ dan himpunan sisi $E(G)$.

λ : nilai eigen

$m(\lambda)$: multiplisitas dari λ

$Spec(G)$: spektrum dari graf G

$specc_{DD}(G)$: spektrum detour dari graf G

I : matriks identitas

CH_n : Graf helm tertutup dengan $2n + 1$ titik

$DD(CH_n)$: Matriks *detour* pada graf helm tertutup

$specc_{DD}(CH_n)$: Spektrum *detour* pada graf helm tertutup

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Teori graf adalah salah satu cabang ilmu matematika yang bermanfaat dalam kehidupan sehari-hari. Pada tahun 1736, seorang matematikawan asal Swiss bernama Euler pertama kali memecahkan masalah jembatan Königsberg dengan mempresentasikan dan memodelkan masalah ini ke dalam bentuk graf. Daratan atau titik yang dihubungkan oleh jembatan dapat dinyatakan sebagai simpul dan jembatannya dapat dinyatakan sebagai sisi (Munir, 2010).

Aljabar linear juga merupakan salah satu cabang ilmu matematika. Kedua cabang ilmu ini dapat dihubungkan satu sama lain dengan mengkaji suatu graf melalui sifat-sifat aljabar yaitu dari representasi graf dalam suatu matriks. Spektrum matriks adalah salah satu hasil dari representasi dari teori graf dan aljabar linear. Penelitian tentang spektrum graf yaitu bertujuan untuk menentukan nilai eigen dari persamaan karakteristik matriks.

Menurut Darmajid (2011), misalkan λ adalah suatu nilai karakteristik dari A dan $m(\lambda)$ adalah multiplitas dari λ . Misalkan $A(G)$ memiliki nilai-nilai eigen berbeda $\lambda_0 > \lambda_1 > \dots > \lambda_n$ dengan multiplitas masing-masing $m(\lambda_0), m(\lambda_1), \dots, m(\lambda_n)$. Spectrum dari graf G , dinotasikan dengan $Spec\ G$, dapat dituliskan dalam bentuk berikut ini

$$Spec(G) = \begin{bmatrix} \lambda_0 & \lambda_1 & \dots & \lambda_n \\ m(\lambda_0) & m(\lambda_1) & & m(\lambda_n) \end{bmatrix}$$

Ayyaswamy dan Balachandran (2010) melalui penelitiannya yang berjudul *On Detour Spectra Of Some Graphs*, menjelaskan bahwa spectrum graf dibentuk oleh nilai eigen dari matriks terhubung langsung. Pada pengertian ini, dinotasikan nilai eigen dari graf G dengan $\lambda_i, i = 1, 2, \dots, n$ dan spectrum ditulis dengan $Spec\ (G)$. Matriks *detour* didefinisikan $DD = DD(G)$ dari G sehingga unsur (i, j) adalah panjang lintasan terpanjang antara titik i dan j . Nilai eigen dari $DD(G)$ disebut DD -nilai eigen dari G dan membentuk DD – *spectrum* dari G , dinotasikan dengan $spec_{DD}(G)$. Selama matriks *detour* simetris, semua nilai eigen $\lambda_{i_1}, i = 1, 2, \dots, n$

adalah real dan dapat diberi label $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_n$. Jika $\lambda_{i_1} \geq \lambda_{i_2} \geq \dots \geq \lambda_{i_g}$ adalah nilai eigen dari matriks *detour*, maka *DD – spectrum* dapat ditulis sebagai

$$spec_{DD}(G) = \begin{bmatrix} \lambda_{i_1} & \lambda_{i_2} & \dots & \lambda_{i_g} \\ m_1 & m_2 & \dots & m_g \end{bmatrix}$$

di mana m_j menyatakan banyaknya basis untuk ruang eigen.

Berdasarkan latar belakang, penulis tertarik untuk melakukan penelitian mengenai spektrum *detour* pada graf helm tertutup.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah dijabarkan, rumusan masalah dalam skripsi ini yaitu menemukan bentuk umum spektrum *detour* pada graf helm tertutup.

1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian dalam skripsi ini yaitu untuk menemukan bentuk umum spektrum *detour* pada graf helm tertutup.

1.4 Batasan Masalah

Dalam penelitian ini dilakukan pembatasan terhadap materi yang dibahas, yaitu:

1. Graf yang digunakan adalah graf sederhana
2. Penelitian ini dibatasi pada graf helm tertutup dengan $2n + 1$ titik, dimana $n \geq 3$ dan n adalah bilangan asli.

1.5 Tinjauan Pustaka

Beberapa peneliti telah menentukan bentuk umum spektrum *detour* pada beberapa jenis graf. Pada tahun 2020, Abdy dan Syam berhasil menemukan spektrum *detour* dari graf roda $n + 1$ titik Wn . Pada penelitian itu diperoleh:

$$(i) \quad DD(W_n) = \begin{bmatrix} 0 & n & n & \dots & n \\ n & 0 & n & \dots & n \\ n & n & 0 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & n \\ n & \dots & n & n & 0 \end{bmatrix}$$

$$(ii) \quad specc_{DD}(w_n) = \begin{bmatrix} n^2 & -n \\ 1 & n \end{bmatrix}$$

Keterangan:

$DD(W_n)$: matriks *detour* dari graf roda dengan $n + 1$ titik W_n

$specc_{DD}(w_n)$: spektrum *detour* dari graf roda dengan $n + 1$ titik W_n

Penelitian selanjutnya oleh Dewi (2011) berhasil menemukan spektrum *detour* graf n-partisi komplit. Pada penelitian tersebut diperoleh:

$$(i) \quad DD(K_{n,n+1,n+2,\dots,n+m}) = \begin{bmatrix} 0 & p-1 & p-1 & \dots & p-1 \\ p-1 & 0 & p-1 & \dots & p-1 \\ p-1 & p-1 & 0 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & n \\ p-1 & \dots & p-1 & p-1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$(ii) \quad specc_{DD}(K_{n,n+1,n+2,\dots,n+m}) = \begin{bmatrix} (p-1)^2 & -(p-1) \\ 1 & (p-1) \end{bmatrix}$$

Keterangan:

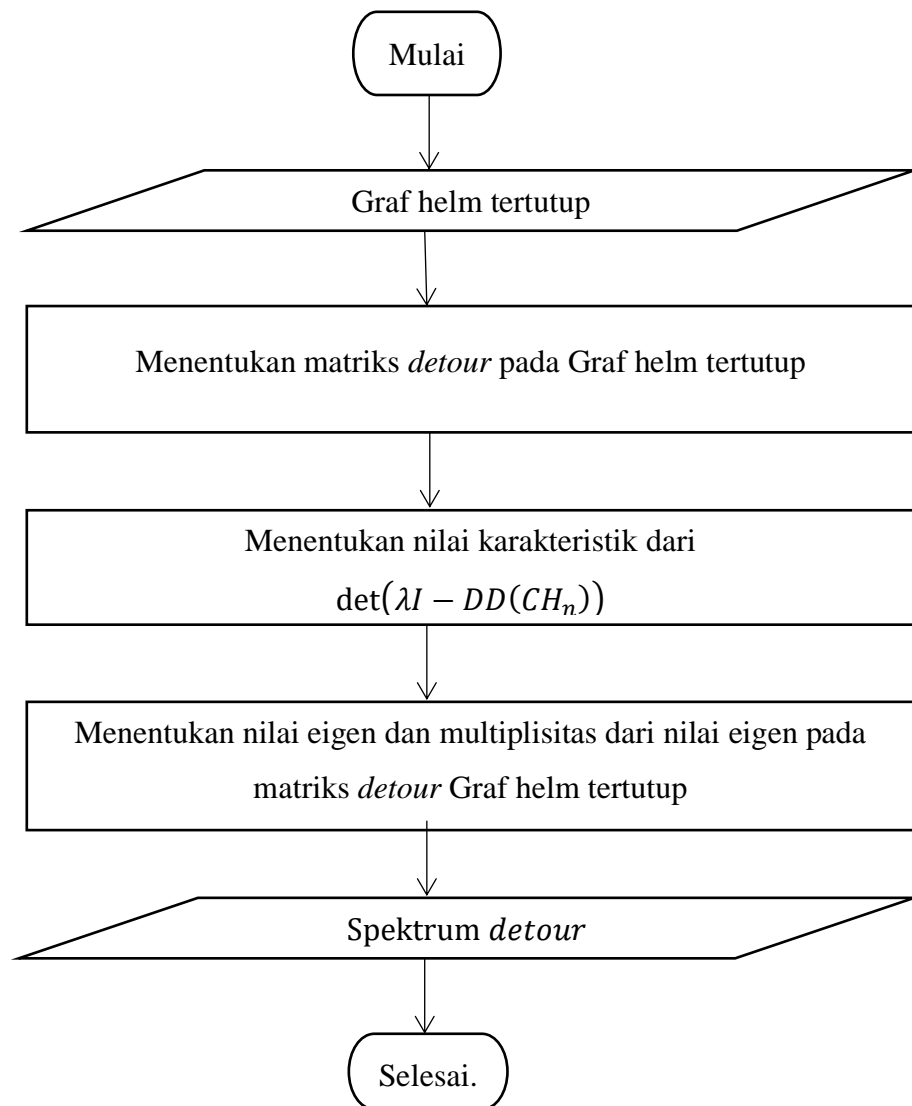
$DD(K_{n,n+1,n+2,\dots,n+m})$: matriks *detour* graf n-partisi komplit

$specc_{DD}(K_{n,n+1,n+2,\dots,n+m})$: spektrum *detour* graf n-partisi komplit

1.6 Metodologi Penelitian

Penelitian ini diawali dengan melakukan studi pustaka dengan mencari literatur yang mendukung. Literatur yang digunakan berhubungan dengan matriks *detour* dan spektrum *detour*. Literatur tersebut bersumber dari buku, jurnal dan penelusuran melalui internet.

Pada penelitian ini metodologi yang digunakan berupa definisi dan contoh yang berhubungan dengan spektrum *detour*. Teori ini diterapkan pada graf helm tertutup. Langkah awal yang harus dilakukan adalah menentukan matriks *detour* pada graf helm tertutup. Kemudian mencari nilai eigen dan multiplisitas dari nilai eigen pada matriks *detour* tersebut. Selanjutnya yaitu melihat pola dari spektrum *detour* pada graf helm tertutup dan menentukan polanya. Langkah terakhir yaitu melakukan pengujian pada teorema yang telah diperoleh.



Gambar 1.1 Flowchart Spektrum *detour* pada Graf Helm Tertutup