

**METODE *GRAPH CONTRACTION TECHNIQUE* (GCT) DALAM
MENYELESAIKAN MASALAH TRANSPORTASI SEIMBANG**

YUSI SANIA

H1011181065

SKRIPSI



PROGRAM STUDI MATEMATIKA

JURUSAN MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS TANJUNGPURA

PONTIANAK

2022

**METODE *GRAPH CONTRACTION TECHNIQUE* (GCT) DALAM
MENYELESAIKAN MASALAH TRANSPORTASI SEIMBANG**

YUSI SANIA

H1011181065

SKRIPSI

**Sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana Matematika pada Program Studi Matematika**



**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS TANJUNGPURA
PONTIANAK
2022**

METODE *GRAPH CONTRACTION TECHNIQUE* (GCT) DALAM MENYELESAIKAN MASALAH TRANSPORTASI SEIMBANG

INTISARI

Metode transportasi dikembangkan untuk memecahkan masalah pendistribusian produk dari berbagai sumber ke berbagai tujuan untuk meminimumkan biaya distribusi. Pada penelitian ini digunakan metode *Graph Contraction Technique* (GCT) untuk menentukan solusi optimal dari masalah transportasi dengan beberapa contoh kasus transportasi seimbang. Masalah transportasi seimbang merupakan model transportasi dengan kondisi jumlah persediaan pada sumber bernilai sama dengan jumlah permintaan pada tujuan. Metode GCT diterapkan dengan merepresentasikan masalah transportasi ke dalam graf bipartit dan diselesaikan dengan proses iterasi. Pada proses iterasi dilakukan dengan menentukan biaya terkecil dari pengiriman unit sebagai acuan untuk alokasi pertama, dan penghapusan simpul ditentukan dengan kuantitas yang ada pada simpul sumber dan tujuan yang mana yang lebih kecil. Untuk menentukan solusi optimal dengan metode GCT diterapkan pada tiga contoh kasus transportasi seimbang dengan ukuran yang berbeda. Ukuran yang dimaksud ialah ukuran dari banyaknya jumlah sumber (m) dan jumlah tujuan (n) atau dilambangkan dengan $m \times n$. Berdasarkan hasil penelitian, dengan penerapan metode GCT diperoleh biaya pendistribusian yang minimum. Pada kasus berukuran 3×3 , diperoleh biaya sebesar Rp4.283.000,-. Pada kasus berukuran 5×4 , diperoleh biaya sebesar Rp10.200,-. Pada kasus berukuran 4×5 , diperoleh biaya sebesar Rp29.000,-. Solusi yang diperoleh metode GCT dapat menghasilkan biaya yang minimum dari pengujian tiga contoh kasus yang diberikan dengan ukuran yang berbeda.

Kata kunci: *masalah transportasi, metode GCT, biaya pendistribusian.*

GRAPH CONTRACTION TECHNIQUE (GCT) METHOD IN SOLVING THE BALANCED TRANSPORTATION PROBLEM

ABSTRACT

The transportation method was developed to solve the problem of distributing products from various sources to various destinations to minimize distribution costs. In this study, the Graph Contraction Technique (GCT) method was used to determine the optimal solution to the transportation problem with several examples of balanced transportation cases. The balanced transportation problem is a transportation model with the condition that the amount of supply at a valued source equals the number of requests at the destination. The GCT method is implemented by representing the transportation problem in a bipartite graph and is solved by an iteration process. In the iteration process, it is carried out by determining the smallest cost of sending the unit as a reference for the first allocation, and removing nodes is determined by the quantity in the source and destination nodes which is smaller. To determine the optimal solution, the GCT method is applied to three examples of balanced transportation cases with different sizes. The size in question is the size $m \times n$ where m represents the number of sources and n represents the number of destinations. Based on the research results, by applying the GCT method, a minimum distribution cost is obtained. In a 3×3 case, a cost of Rp4.283.000,- is obtained. In a 5×4 case, a fee of Rp10.200,- is obtained. In a 4×5 case, a fee of Rp29.000,- is obtained. The solution obtained by the GCT method can produce minimum costs from testing three sample cases with different sizes.

Keyword: *transportation problem, GCT method, distribution costs.*

KATA PENGANTAR

Puji syukur kehadirat Tuhan Yang Maha Esa atas segala rahmat dan karunia-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini. Skripsi ini berjudul **“Metode Graph Contraction Technique (GCT) dalam Menyelesaikan Masalah Transportasi Seimbang”**. Skripsi ini ditulis sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Matematika pada Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Tanjungpura Pontianak. Penulis menyadari bahwa dalam proses penulisan skripsi ini tidak lepas dari dukungan beberapa pihak, maka dari itu penulis ingin mengucapkan terima kasih kepada:

1. Ibu Mariatul Kiftiah, M.Sc sebagai dosen pembimbing pertama yang telah membimbing, memberikan motivasi, dukungan dan nasihat serta arahan selama penulisan skripsi ini.
2. Ibu Nur’ainul Miftahul Huda, M.Si sebagai dosen pembimbing kedua yang telah membimbing, memberikan motivasi, dukungan dan nasihat serta arahan selama penulisan skripsi ini.
3. Dr. Nilamsari Kusumastuti, M.Sc sebagai dosen penguji pertama yang telah memberikan arahan, masukan, saran dan nasihat kepada penulis dalam penulisan skripsi ini.
4. Bapak Fransiskus Fran, M.Si sebagai dosen penguji kedua yang telah memberikan arahan, masukan, saran dan nasihat kepada penulis dalam penulisan skripsi ini.
5. Bapak Ir. Dadan Kusnandar, M.Sc,Ph.D. selaku dosen pembimbing akademik yang telah memberi banyak masukan serta bimbingan dari awal perkuliahan hingga akhir perkuliahan.
6. Seluruh Dosen dan Staf Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Tanjungpura yang telah memberikan ilmu yang bermanfaat selama perkuliahan dan pembuatan skripsi ini.

7. Ayah dan ibu yang sangat saya cintai dan sayangi telah memberikan doa, kasih sayang yang tak terhingga, dukungan, bantuan material maupun non material untuk menyelesaikan penulisan skripsi ini.
8. Alm Kaklong Istia Ningsih, S.Kep, abang ngah Idang Setyawan, S.Kep, dan abangde Rizal, S.Ak yang sangat saya sayangi telah memberikan doa, semangat, bantuan berupa material dan non material, dan motivasi agar dapat menyelesaikan kuliah ini.
9. Teman-teman seperjuangan program studi matematika 2018 yang selalu memberikan dukungan dan saran.

Penulis berharap skripsi ini dapat memberikan kontribusi bagi kemajuan pendidikan keilmuan khususnya ilmu matematika, serta bermanfaat dan membantu proses penelitian lebih lanjut kedepannya. Dengan ucapan terima kasih penulis sampaikan kepada semua pihak yang telah membantu, dalam proses penyelesaian skripsi ini. Semoga bantuan, bimbingan dan dorongan yang diberikan dicatat sebagai amal baik oleh Tuhan Yang Maha Esa. Penulis menyadari kekurangan yang terdapat dalam penulisan skripsi ini. Oleh karena itu, kritik dan saran yang sifatnya membangun sangat penulis harapkan untuk mengevaluasi dan memperbaiki sehingga skripsi ini lebih maksimal dalam penggunaanya.

Pontianak, Januari 2023

Penulis

DAFTAR ISI

	Hal
INTISARI.....	i
ABSTRACT	ii
KATA PENGANTAR.....	iii
DAFTAR ISI.....	v
DAFTAR GAMBAR.....	vi
DAFTAR TABEL.....	vii
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	3
1.3 Tujuan Penelitian	3
1.4 Batasan Masalah	3
1.5 Tinjauan Pustaka	4
1.6 Metodologi Penelitian	5
BAB II LANDASAN TEORI	7
2.1 Graf.....	8
2.2 Jenis-jenis Graf.....	8
2.3 Graf Bipartit	9
2.4 Graf Bipartit Lengkap	9
2.5 Pemrograman Linear	10
2.6 Model Transportasi	10
BAB III <i>GRAPH CONTRACTION TECHNIQUE(GCT)</i>	17
3.1 Kasus Berukuran 3×3	16
3.2 Kasus Berukuran 5×4	21
3.3 Kasus Berukuran 4×5	31
BAB IV KESIMPULAN	37
DAFTAR PUSTAKA	38

DAFTAR GAMBAR

Hal

Gambar 1.1 <i>Flowchart</i> Perhitungan Biaya Distribusi Minimum Metode GCT ..	6
Gambar 2.1 Graf Berarah (a) dan (b) Tak Berarah.....	8
Gambar 2.2 Graf Bipartit $G(V_1V_2)$	9
Gambar 2.3 Graf Bipartit Lengkap.....	9
Gambar 3.1 Representasi Graf pada Masalah Transportasi	14
Gambar 3.2 Representasi Awal untuk Proses Iterasi Kasus Ukuran 3×3	18
Gambar 3.3 Proses Iterasi Masalah Transportasi Ukuran 3×3	19
Gambar 3.4 Representasi Awal untuk Proses Iterasi Kasus Ukuran 5×4	22
Gambar 3.5 Proses Iterasi Masalah Transportasi Ukuran 5×4	24
Gambar 3.6 Representasi Awal untuk Proses Iterasi Kasus Ukuran 4×5	28
Gambar 3.7 Proses Iterasi Masalah Transportasi 4×5	29

DAFTAR TABEL

	Hal
Tabel 2.1 Gambaran Umum Masalah Transportasi.....	15
Tabel 3.1 Distribusi Kasus Ukuran 3×3	16
Tabel 3.2 Masalah Transportasi Kasus Ukuran 3×3	17
Tabel 3.3 Hasil Proses Iterasi pada Masalah Transportasi Ukuran 3×3	19
Tabel 3.4 Transportasi Optimal Kasus Ukuran 3×3	19
Tabel 3.5 Hasil Proses Iterasi dan Biaya Optimal Kasus Ukuran 3×3	20
Tabel 3.6 Distribusi Kasus Ukuran 5×4	20
Tabel 3.7 Masalah Transportasi Kasus Ukuran 5×4	21
Tabel 3.8 Hasil Proses Iterasi pada Masalah Transportasi Ukuran 5×4	24
Tabel 3.9 Transportasi Optimal Kasus Ukuran 5×4	25
Tabel 3.10 Hasil Proses Iterasi dan Biaya Optimal Kasus Ukuran 5×4	26
Tabel 3.11 Distribusi Kasus Ukuran 4×5	26
Tabel 3.12 Masalah Transportasi Kasus Ukuran 4×5	27
Tabel 3.13 Hasil Proses Iterasi pada Masalah Transportasi Ukuran 4×5	28
Tabel 3.14 Transportasi Optimal Kasus Ukuran 4×5	29
Tabel 3.15 Hasil Proses Iterasi dan Biaya Optimal Kasus 4×5	30

DAFTAR SIMBOL

Z	: Fungsi Tujuan
a_i	: Jumlah barang persediaan (kapasitas) dari sumber i
b_j	: Jumlah barang permintaan dari tujuan j
c_{ij}	: Biaya transportasi per unit dari sumber i ke tujuan j
x_{ij}	: Jumlah barang yang didistribusikan dari sumber i ke tujuan j
S_i	: Sumber ke- i
D_j	: Tujuan ke- j
G	: Graf
$V(G)$: Himpunan simpul G
$E(G)$: Himpunan sisi G
$G(V_1, V_2)$: Graf bipartit
$K_{m.n}$: Graf bipartit lengkap dengan $m.n$ adalah jumlah sisi

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Graph Contraction Technique (GCT) merupakan metode yang dapat digunakan untuk mencari solusi optimal awal dalam masalah transportasi (Johnson, 2018). Dengan menggunakan pendekatan teori graf dalam mencari biaya optimal pada kasus masalah transportasi seimbang. Masalah transportasi seimbang merupakan model transportasi dengan kondisi jumlah persediaan pada sumber bernilai sama dengan jumlah permintaan pada tujuan. Sejumlah produk tersedia di sejumlah sumber yang diperlukan untuk memenuhi permintaan di sejumlah tujuan. Masalah transportasi seimbang dapat diselesaikan dengan metode GCT dengan cara merepresentasikan ke dalam graf bipartit dan menyelesaiakannya secara iteratif. Pendekatan yang disajikan dalam menemukan solusi layak dasar awal untuk menentukan pengiriman barang dari perusahaan yang hemat biaya dengan metode GCT dalam masalah transportasi.

Permasalahan transportasi merupakan salah satu masalah khusus dari persoalan program linear. Permasalahan transportasi mempunyai tipe karakteristik khusus masalah yang berhubungan dengan pendistribusian barang atau dari berbagai sumber ke berbagai tujuan. Suatu cara dalam mengoptimalkan biaya distribusi dari permasalahan transportasi tersebut, dapat diselesaikan dengan metode transportasi. Masalah transportasi dibagi menjadi dua model, transportasi dikatakan seimbang (*balanced*) apabila jumlah total antara persediaan (*supply*) dengan permintaan (*demand*) sama, sedangkan model transportasi yang tak seimbang (*unbalanced*) apabila jumlah antara persediaan (*supply*) lebih kecil dari pada permintaan (*demand*) ataupun permintaan lebih kecil dari pada persediaan (Wahyu, 2017). Permasalahan transportasi yang dihadapi perusahaan ialah bagaimana mendistribusikan barang dengan biaya yang minimum.

Biaya distribusi ialah satu faktor penting dalam dunia bisnis untuk memaksimumkan keuntungan. Perusahaan harus memperhitungkan rute distribusi

yang tepat untuk mengirimkan produk ke tujuan baik gudang ataupun agen dengan biaya distribusi yang sangat kecil (Eddy, 2009). Masalah transportasi secara umum berhubungan dengan distribusi atau pengangkutan berupa barang atau jasa dengan biaya tertentu. Mencari solusi dalam mendapatkan biaya minimum biasanya dengan cara mengoptimalkan rute pengiriman agar dapat memaksimalkan jumlah barang yang dapat dikirim, menemukan rute terbaik dalam pengiriman dan meminimalkan biaya distribusi.

Seiring berjalannya waktu, dalam mencari solusi untuk meminimalkan biaya pendistribusian barang terdapat beberapa metode yang telah diperkenalkan oleh peneliti sebelumnya untuk meminimalisir biaya distribusi pada masalah transportasi, mulai dari metode mencari solusi awal yaitu metode Pojok Barat Laut, Biaya Terkecil, dan *Vogel Approximation Method* (VAM) (Astuti dan Mahyarni, 2011). Setelah diperoleh solusi awal maka langkah selanjutnya melakukan uji untuk mendapatkan solusi optimal. Solusi optimal dapat diperoleh dengan menggunakan metode *Stepping stone* atau *Modified Distribution* (MODI). Namun terdapat metode yang dapat digunakan untuk mencari solusi optimal yang berhasil dikembangkan seperti metode GCT. Metode dengan pendekatan teori graf dalam mencari solusi optimal dari permasalahan transportasi.

Terdapat pendekatan matematika yang dapat membantu dalam menyelesaikan masalah transportasi. Salah satu bagian dari ilmu matematika yang dapat digunakan dalam kehidupan sehari-hari dan dalam menyelesaikan permasalahan transportasi yaitu graf. Secara umum teori graf merupakan suatu diagram untuk memuat informasi tertentu jika diinterpretasikan secara tepat (Siang, 2006). Graf dalam kehidupan sehari-hari dapat digunakan untuk menggambarkan berbagai struktur yang ada seperti yang dapat dijumpai yaitu struktur organisasi, bagan alir, dan peta. Tujuannya adalah sebagai visualisasi objek-objek agar lebih mudah dimengerti. Teori graf merupakan salah satu cabang dari matematika yang bermanfaat diberbagai bidang ilmu dan kehidupan sehari-hari. Salah satu contohnya, bagian teori graf yaitu graf bipartit dapat diterapkan dalam kehidupan sehari-hari seperti penjadwalan, pengalokasian dan mencari biaya minimum pada permasalahan transportasi dengan menentukan rute yang tepat.

Teori graf merupakan salah satu topik yang banyak mendapat perhatian, karena model-modelnya sangat berguna untuk aplikasi yang luas, seperti masalah dalam jaringan komunikasi, transportasi, ilmu komputer, dan lain sebagainya (Siang, 2006). Pada penelitian ini digunakan metode GCT yaitu penerapan graf bipartit dalam menyelesaikan masalah transportasi seimbang. Optimalisasi masalah transportasi adalah suatu cara untuk mencari solusi dalam permasalahan transportasi yang dapat dicapai, apabila sebuah perusahaan mampu mengirimkan produk dalam kapasitas besar dengan biaya yang lebih murah. Sehingga untuk mencari biaya optimal dari permasalahan transportasi dapat diselesaikan dengan menerapkan peranan dari pendekatan teori graf. Salah satunya dengan menerapkan metode GCT.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang, maka permasalahan yang dapat dirumuskan dalam tugas akhir ini adalah bagaimana menentukan solusi optimum masalah transportasi seimbang dengan menggunakan metode GCT?

1.3 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan dari tugas akhir ini adalah sebagai berikut:

1. Menganalisis metode GCT dan penerapannya dalam menyelesaikan masalah transportasi seimbang.
2. Merepresentasikan masalah transportasi ke dalam bentuk graf bipartit.
3. Menentukan solusi optimum dari tiga contoh kasus dengan ukuran yang berbeda dengan menerapkan metode GCT.

1.4 Batasan Masalah

Pada tugas akhir ini memiliki batasan pada:

1. Data yang digunakan adalah data sekunder dengan ukuran yang berbeda.
2. Ukuran sumber (m) dan tujuan (n) data seimbang $m \times n$.
 - b. Kasus berukuran 3×3 .
 - c. Kasus berukuran 5×4 .
 - d. Kasus berukuran 4×5 .

1.5 Tinjauan Pustaka

Sebelum melakukan penelitian ini, terlebih dahulu dipelajari mengenai program linear pada riset operasi hingga kemudian diperluas untuk permasalahan transportasi. Peneliti melakukan telaah pada beberapa literatur yang jadikan acuan pada penelitian. Dalam penelitian ini membahas tentang pendistribusian barang pada transportasi seimbang dengan menggunakan metode GCT.

Aljanabi (2015) membahas solusi layak minimum untuk masalah transportasi seimbang dan tak seimbang. Pendekatan yang didasarkan pada teori graf secara umum dan algoritma kruskal untuk mencari *minimum spanning tree* (MST). Penerapan metode dengan empat contoh soal yang berbeda didapat hasil bahwa, algoritma yang diusulkan pada metode tersebut dapat digunakan dalam model transportasi yang berbeda, dan memberikan kriteria konvergensi lebih cepat karena didasarkan pada pengurangan simpul *source* dan *destination* yang teralokasi setelah setiap iterasi.

Alkubaisi (2015) membahas *Modified Vogel Method to Find Initial Basic Feasible Solution (IBFS) Introducing a New Methodology to Find Best IBFS*. Pada penelitiannya membandingkan hasil dari metode klasik dengan metode yang diusulkan peneliti. Metode yang peneliti usulkan diterapkan dengan beberapa contoh kasus dengan ukuran $m \times n$ yang berbeda salah satunya pada kasus berukuran 5×4 . Dari hasil penelitian pada kasus berukuran 5×4 diperoleh hasil dengan beberapa metode klasik yaitu metode NWC Rp16.500, metode *last cost* Rp10.200 dan metode pendekatan vogel diperoleh Rp9.800.

Johnson (2018) dalam jurnal ilmiahnya menjelaskan keunggulan pendekatan teoritis graf yaitu metode *Graph Contraction Technique* (GCT) terhadap metode Vogel Aproksimasi. Pendekatan tersebut digunakan sebagai alternatif untuk menyelesaikan masalah transportasi seimbang dalam mencari solusi biaya optimal. Hasil penelitian dengan dua contoh masalah transportasi dari metode VAM dan GCT berturut-turut yaitu contoh satu \$475 contoh dua \$555. Menggunakan metode *Graph Contraction Technique* (GCT) didapat hasil biaya yang sama optimalnya dengan metode VAM.

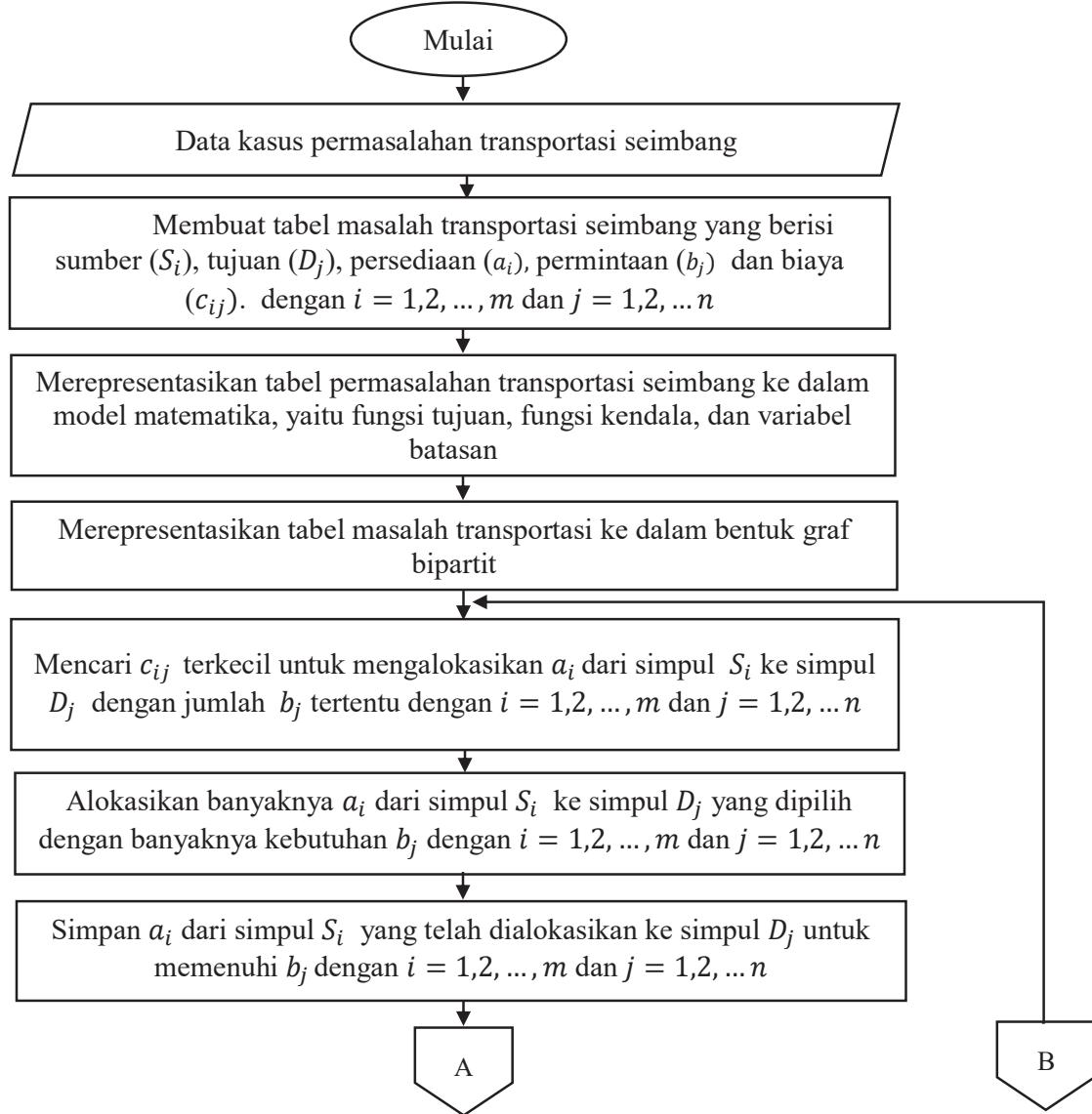
Kurniawan (2022) membahas penerapan tentang metode *Vogel's Approximation Method* (VAM) dalam menentukan harga pengiriman dokumen pada PT XYZ. Berdasarkan hasil penelitian terkait penentuan harga pengiriman dokumen, dengan menggunakan metode VAM diperoleh biaya optimum sebesar Rp4.283.000.

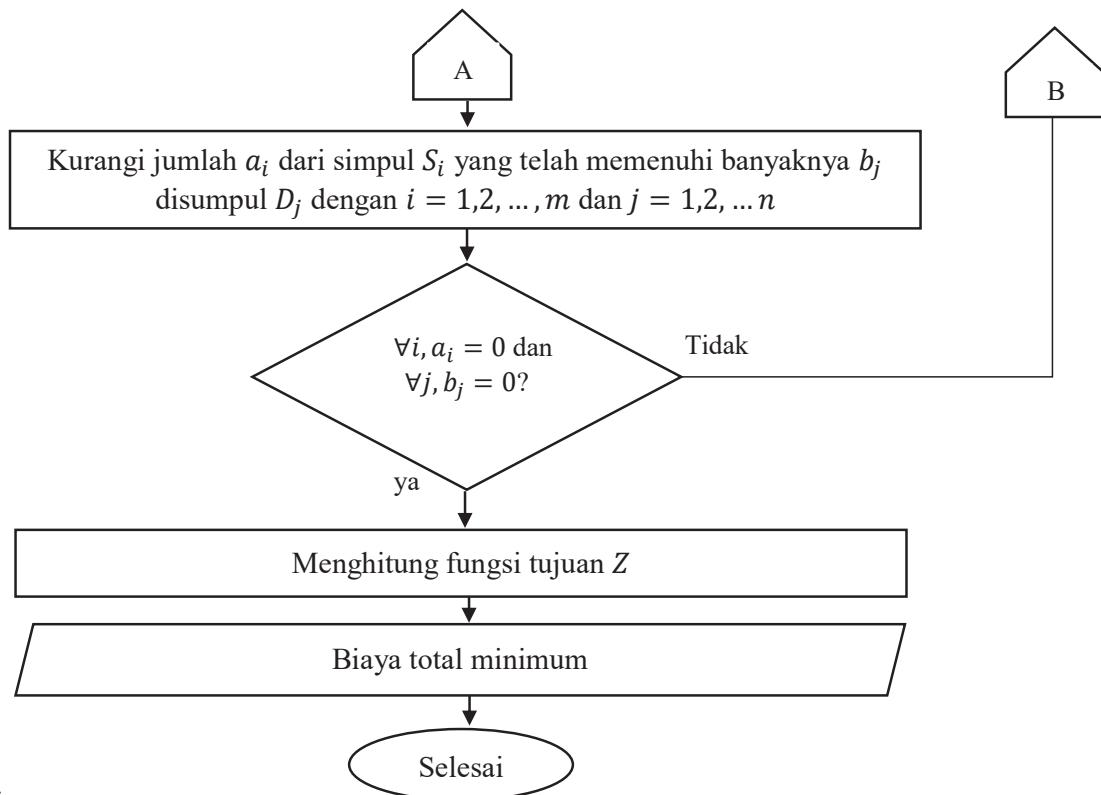
1.6 Metodologi Penelitian

Secara umum metodologi yang digunakan dalam penelitian ini diawali dengan mencari literatur pendukung. Literatur yang digunakan yaitu berkaitan dengan penelitian yang diteliti penulis, metode GCT, dan program linear. Literatur pada penelitian bersumber dari jurnal, buku dan penelusuran dari internet. Beberapa kasus transportasi seimbang dengan ukuran yang berbeda-beda yaitu, data berukuran 3×3 pada pendistribusian pengiriman paket bersumber dari penelitian Kurniawan (2022). Data berukuran 5×4 berupa data ilustrasi bersumber dari penelitian Alkubaisi (2015), dan data berukuran 4×5 berupa contoh kasus ilustrasi.

Langkah penyelesaian dalam penelitian ini yaitu dengan mempelajari dasar masalah transportasi. Kemudian mengumpulkan data-data kasus transportasi dengan berbagai kondisi yang berbeda. Langkah terakhir yaitu menganalisis persoalan dengan mencari biaya yang minimal menggunakan metode tersebut. Proses dalam penyelesaian pada masalah transportasi seimbang ini diawali dengan langkah awal yaitu merepresentasikan data kasus transportasi seimbang ke dalam tabel umum masalah transportasi. Selanjutnya direpresentasikan tabel transportasi yang seimbang ke dalam model matematika yaitu fungsi tujuan, fungsi kendala dan variabel batasan. Langkah selanjutnya merepresentasikan masalah transportasi ke dalam graf bipartit. Setelah merepresentasikan ke dalam graf bipartit, langkah selanjutnya yaitu proses iterasi pengalokasian barang, dengan mencari c_{ij} pengiriman dari $S_i D_j$ yang terkecil. Langkah selanjutnya adalah menghapus simpul $S_i D_j$ yang telah dialokasikan dan menghitung biaya transportasi setelah $S_i D_j$ dialokasikan dalam iterasi pertama. Ulangi langkah iterasi sampai tidak ada lagi simpul yang tidak teralokasikan. Apabila iterasi telah selesai maka dapat

dihitung biaya minimum Z transportasi dan hasil biaya total akhir minimum. Secara lebih jelas dapat dilihat pada Gambar 1.1 berikut.





Gambar 1.1 *Flowchart* Perhitungan Biaya Distribusi Minimum Metode GCT