

**REKONSTRUKSI BATAS PERMUKAAN FLUIDA
MENGUNAKAN METODE VOLUME OF FLUID (VOF)**

URAY AGUSTIAN
H1011161005

SKRIPSI



**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS TANJUNGPURA
PONTIANAK
2023**

REKONSTRUKSI BATAS PERMUKAAN FLUIDA MENGUNAKAN METODE VOLUME OF FLUID (VOF)

URAY AGUSTIAN
NIM H1011161005

Skripsi
sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana Matematika pada Program Studi Matematika



**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS TANJUNGPURA
PONTIANAK
2023**

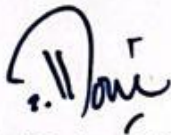
**REKONSTRUKSI BATAS PERMUKAAN FLUIDA MENGGUNAKAN
METODE VOLUME OF FLUID (VOF)**

Tanggung Jawab Yuridis Material Pada

Uray Agustian
NIM H1011161005

Disetujui Oleh

Pembimbing I,



Dr. Evi Noviani, M.Si., CFrA
NIP. 198402292006042001

Pembimbing II,



Yudhi, M.Si
NIP. 198504072019031004

Disahkan Oleh,
Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Tanjungpura Pontianak



Dr. Gusrizal, M.Si
NIP. 197108022000031001

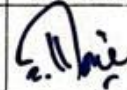
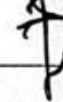


KEMENTERIAN PENDIDIKAN, KEBUDAYAAN,
RISET DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS TANJUNGPURA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
Jalan Prof. Dr. H. Hadari Nawawi, Pontianak
Telp/Fax.:(0561) 577963 e-mail: info@fmipa.untan.ac.id

TIM PENGUJI SKRIPSI

**REKONSTRUKSI BATAS PERMUKAAN FLUIDA MENGGUNAKAN
METODE VOLUME OF FLUID (VOF)**

URAY AGUSTIAN
H1011161005

NAMA/NIP	TIM PENGUJI	GOLONGAN/ JABATAN	TANDA TANGAN
Dr. Evi Noviani, M.Si, CFrA NIP. 198402292006042001	Pemimpin sidang merangkap anggota penguji	III/c Lektor	
Yudhi, M.Si NIP. 198504072019031004	Sekretaris sidang merangkap anggota penguji	III/b Asisten Ahli	
Dr. Bayu Prihandono, M.Sc NIP. 197911152005011003	Ketua penguji	III/c Lektor	
Mariatul Kiftiah, M.Sc NIP. 198512262008122004	Anggota penguji	III/d Lektor	

Berdasarkan Surat Keputusan
Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Tanjungpura Pontianak

Nomor : 1338/UN22.8/TD.06/2023

Tanggal : 3 Mei 2023

Tanggal Lulus : 3 Mei 2023

HALAMAN PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa dalam skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu Perguruan Tinggi. Sepanjang pengetahuan saya tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain, kecuali secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam daftar pustaka.

Pontianak, 31 Mei 2023



Uray Agustian

REKONSTRUKSI BATAS PERMUKAAN FLUIDA MENGUNAKAN METODE VOLUME OF FLUID (VOF)

INTISARI

Fluida adalah zat yang akan mengalami perubahan bentuk dan posisi dari posisi semula ke posisi terkini secara berkelanjutan. Dalam fluida, terdapat salah satu permasalahan adalah penentuan nilai batas permukaan. Pemodelan penyelesaian batas fluida secara umum dan di dapat persamaannya yaitu suatu persamaan Navier Stokes di arah x dan y . Salah satu cara menentukan batas permukaan bebas adalah dengan metode Volume Of Fluid (VOF). Sebagai contoh kasus, dibentuk fluida yang menyerupai setengah lingkaran dengan grid 10×5 dan dilakukan rekontruksi dengan metode VOF yaitu metode Parker dan Young. Dalam metode ini, vektor normal dimisalkan sebagai $n = \nabla f$ dan dicari masing-masing persamaan pergaris dalam 14 kasus grid untuk mendapatkan nilai y_{metode} . Nilai y_{metode} dihubungkan dengan y_{eksak} yang dibentuk dari persamaan setengah lingkaran untuk mendapatkan nilai *error*. Nilai *error* adalah 0,01459715. Penyajian pada fluida berbentuk setengah lingkaran juga digambar dan didapatkan model persamaan umumnya berupa fungsi *piecewise*.

Kata Kunci: *Fluida,, Metode Parker dan Young, Permukaan Bebas*

RECONSTRUCTION OF FLUID SURFACE BOUNDARY USING THE VOLUME OF FLUID (VOF) METHOD

ABSTRACT

Fluids are substances that will change shape and position from their original position to their current position on an ongoing basis. In Fluid, there is one problem is determining the surface boundary value. modeling the solution of fluid boundaries in general and obtaining the equation, namely a Navier Stokes equation in the x and y directions. One way to determine the free surface limit is the Volume Of Fluid (VOF) method. As an example case, a semicircle-like fluid was formed with a 10 x 5 grid and the reconstruction was carried out using the VOF method, namely the Parker and Young method. In this method, the normal vector is assumed as $n = \nabla f$ and searched for each equation per line in 14 grid cases to get the value of y_{metode} . The y_{metode} value is connected with that formed from the semicircular equation to get the error. The valueerror is 0,01459715 . A semicircular representation of the fluid is also drawn and the general equation model is obtained in the form of a piecewise function.

Keywords: *Fluid, Parker and Young's Method, free surface*

KATA PENGANTAR

Puji dan syukur penulis panjatkan kepada Tuhan yang Maha Esa atas berkat dan rahmat-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini tepat waktu dengan judul “Rekonstruksi batas permukaan fluida menggunakan metode Volume Of Fluid (VOF)”. Skripsi ini disusun sebagai salah satu syarat untuk mendapatkan gelar Sarjana Matematika pada program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Tanjungpura.

Didalam proses penyelesaian skripsi ini juga tidak terlepas dari bantuan, motivasi, doa dan bimbingan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, dalam kesempatan ini, penulis ucapkan terimakasih kepada:

1. Orang tua tercinta yaitu Bapak Uray Junaidi dan Ibu Chasnilawati yang selalu mendoakan, serta memberi kasih sayang, dukungan, semangat dan menjadi motivasi penulis hingga skripsi ini dapat terselesaikan.
2. Saudara, dan keluarga yang selalu mendoakan, memberikan semangat dan dorongan kepada penulis.
3. Bapak Drs. Helmi.,M.Si seagai dosen Pembimbing akademik yang memberikan bimbingan dari awal kuliah sampai sekarang penulis bias menyelesaikan penulisan skripsi ini.
4. Ibu Dr.Evi Noviani.,M.Si.CFrA sebagai dosen Pembimbing pertama dalam penulisan skripsi ini, yang selalu memberi bimbingan, dukungan dan motivasi kepada penulis selama proses penulisan skripsi ini.
5. Bapak Yudhi, M.Si. sebagai dosen pembimbing kedua dalam penulisan skripsi ini, yang telah membimbing dan memberikan arahan selama proses penulisan skripsi ini.
6. Bapak Dr.Bayu Prihandono.,M.Sc sebagai dosen penguji pertama dalam penulisan skripsi ini, yang telah membimbing dan memberikan arahan selama proses penulisan skripsi ini.
7. Ibu Mariatul Kiftiah., M.Sc sebagai dosen penguji kedua dalam penulisan skripsi ini, yang telah membimbing dan memberikan arahan sealama proses penulisan skripsi ini.

8. Sahabat yang telah banyak membantu penulis dengan memberikan semangat, bantuan, dan senyuman sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini.
9. Keluarga besar prodi matematika angkatan 2016 yang tidak bisa disebutkan satu persatu, yang telah memberikan motivasi dan masukan.
10. Semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu.

Penulis berharap skripsi ini dapat memberikan kontribusi bagi kemajuan pendidikan khususnya dibidang matematika, serta bermanfaat bagi pembaca dan dapat dipergunakan sebagaimana mestinya. Kritik dan saran yang membangun dari pembaca sangat penulis harapkan demi memaksimalkan skripsi ini.

Pontianak, Mei 2023

Penulis

DAFTAR ISI

INTISARI	i
ABSTRACT.....	ii
KATA PENGANTAR.....	iii
DAFTAR ISI	v
DAFTAR GAMBAR.....	vi
DAFTAR TABEL	viii
DAFTAR SIMBOL	ix
DAFTAR LAMPIRAN	xi
BAB I PENDAHULUAN.....	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	3
1.3 Tujuan Penelitian.....	3
1.4 Batasan Masalah.....	3
1.5 Tinjauan Pustaka	3
BAB II LANDASAN TEORI	7
2.1 Persamaan Diferensial	7
2.1.1 Persamaan Diferensial Biasa	7
2.1.2 Persamaan Diferensial Parsial	9
2.2 Deskripsi Lagrangian dan Eulerian	11
2.3 Algoritma Rekonstruksi Permukaan VOF	12
2.3.1 Metode Parker dan Young	14
BAB III PEMBAHASAN	16
3.1 Pemodelan Aliran Fluida dengan Permukaan Bebas.....	16
3.2 Metode Volume Of Fluid (VOF).....	24
3.3 Kasus penyelesaian fluida dengan Metode VOF menggunakan fungsi setengah Lingkaran	25
BAB IV KESIMPULAN	63
DAFTAR PUSTAKA.....	64
LAMPIRAN	66

DAFTAR GAMBAR

Gambar 1.1 <i>Flowchart</i> Pemodelan Permukaan bebas pada Fluida.....	5
Gambar 1.2 <i>Flowchart</i> rekonstruksi metode VOF.....	6
Gambar 2.1 Steamline	12
Gambar 2.2 Ilustrasi Parker dan Young menggunakan turunan ∇f	15
Gambar 3.1 Partikel Fluida pada Massa masuk dan Massa keluar	17
Gambar 3.2 Contoh Fraksi <i>Volume of Fluid</i> untuk grid tetap.....	24
Gambar 3.3 Ilustrasi Fungsi Setengah Lingkaran	25
Gambar 3.4 Gambar Setengah Lingkaran yang sudah di grid	26
Gambar 3.5 Penentuan Nilai Grid VIII	26
Gambar 3.6 Penentuan Nilai Grid IX.....	27
Gambar 3.7 Penentuan Nilai Grid X.....	27
Gambar 3.8 Penentuan Nilai Grid XI.....	28
Gambar 3.9 Blok yang sudah diberi nilai.....	28
Gambar 3.10 Ilustrasi Grid dalam bentuk Excel.....	29
Gambar 3.11 Kasus Garis I	29
Gambar 3.12 Kasus Garis II.....	31
Gambar 3.13 Kasus Garis III	33
Gambar 3.14 Kasus Garis IV	34
Gambar 3.15 Kasus Garis V.....	36
Gambar 3.16 Kasus Garis VI	38
Gambar 3.17 Kasus Garis VII.....	39
Gambar 3.18 Kasus Garis VIII.....	41
Gambar 3.19 Kasus Garis IX	43
Gambar 3.20 Kasus Garis X.....	45
Gambar 3.21 Kasus Garis XI	46
Gambar 3.22 Kasus Garis XII.....	48
Gambar 3.23 Kasus Garis XIII.....	50
Gambar 3.24 Kasus Garis XIV	52
Gambar 3.25 Membuat garis pada Kasus I	57
Gambar 3.26 Membuat garis pada Kasus II.....	57
Gambar 3.27 Membuat garis pada Kasus III	57
Gambar 3.28 Membuat garis pada Kasus IV	58
Gambar 3.29 Membuat garis pada Kasus V.....	58
Gambar 3.30 Membuat garis pada Kasus VI	58
Gambar 3.31 Membuat garis pada Kasus VII.....	59
Gambar 3.32 Membuat garis pada Kasus VIII.....	59
Gambar 3.33 Membuat garis pada Kasus IX	59
Gambar 3.34 Membuat garis pada Kasus X.....	60

Gambar 3.35 Membuat garis pada Kasus XI	60
Gambar 3.36 Membuat garis pada Kasus XII	60
Gambar 3.37 Membuat garis pada Kasus XIII.....	61
Gambar 3.38 Membuat garis pada Kasus XIV	61
Gambar 3.39 Gambar Persamaan yang per-bagian dengan gambar hasil metode VOF dan eksak aplikasi GeoGebra.....	62

DAFTAR TABEL

Tabel 3.1	Tabel Hubungan nilai x , y_{eksak} , y_{metode} dan ε	56
-----------	---	----

DAFTAR SIMBOL

$f_{i,j}$	: fraksi volume i dan j
L	: luas grid (m^2)
f_e	: variabel daerah timur
f_w	: variabel daerah barat
f_n	: variabel daerah utara
f_s	: variabel daerah selatan
α	: parameter
∇f	: vektor normal
$\bar{m}$	: kemiringan
(x,y)	: koordiinat x dan y
y_{eksak}	: nilai eksak pada suatu fungsi
y_{metode}	: nilai metode pada suatu fungsi
h	: lebar grid
n	: banyak kasus
ε	: galat
ρ	: massa jenis partikel ($kg\ m^{-2}$)
m	: massa partikel (kg)
A	: luas partikel (m^2)
$\Delta x, \Delta y$	: perubahan terhadap x dan y
u, v	: variabel u dan v dalam kecepatan ($m\ s^{-1}$)

F	: gaya (N)
$\vec{u}$	: vektor u
g_x, g_y	: percepatan gravitasi di x , gravitasi di y ($m\ s^{-2}$)
σ	: tegangan geser ($kg\ m^{-1}s^{-2}$)
n_x, n_y	: komponen vektor normal x , komponen vektor normal y
d	: posisi garis dari titik asal ke titik tujuan
$u _x, u _y$	: kecepatan massa masuk melalui garis dx atau garis dy
$u _{x+\Delta x}, u _{y+\Delta y}$	: kecepatan massa keluar melalui garis dx atau garis dy

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1 Gambar fluida bentuk setengah lingkaran per bagian tanpa eksak	66
Lampiran 2 Gambar fluida bentuk setengah lingkaran per bagian dengan eksak	66