BAB I
PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Pemodelan matematika merupakan cabang ilmu matematika yang merepresentasikan atau menjelaskan masalah di kehidupan nyata ke dalam bentuk matematika. Pemodelan matematika biasanya selalu dikaitkan dengan cabang ilmu yang lain seperti biologi, fisika, kesehatan, dan teknik. Salah satu cabang ilmu biologi adalah ekologi. Ekologi merupakan ilmu yang mempelajari makhluk hidup dan interaksinya terhadap lingkungan maupun interaksi dengan sesama makhluk hidup.

Setiap makhluk hidup tidak dapat terlepas dengan yang namanya interaksi. Interaksi adalah suatu jenis tindakan yang terjadi pada dua objek atau lebih yang memengaruhi satu sama lain. Kehidupan dua spesies atau lebih yang saling berinteraksi, umumnya terjadi persaingan untuk dapat mempertahankan hidup, mengingat terbatasnya daya dukung lingkungan berupa makanan, habitat, tata ruang, dan lain-lain. Menurut Putri (2013), salah satu interaksi tersebut adalah predasi, yaitu hubungan antara mangsa (*prey*) dan pemangsa (*predator*). Model *predator-prey* ini diperkenalkan oleh Alfred J, Lotka dan Vito Volterra sekitar tahun 1920, yang memformulasikan model matematika tersebut dalam sistem persamaan diferensial.

Persamaan diferensial biasa (PDB) dan sistem PDB umumnya muncul dalam model matematika, dimana model matematika ini akan menjelaskan masalah-masalah yang terjadi dalam dunia nyata. Pada penelitian ini jenis spesies nya adalah udang windu dan mikroalga. Udang windu merupakan organisme yang aktif mencari makan pada malam hari (nocturnal). Jenis makanannya sangat bervariasi tergantung pada tingkatan umur. Pada stadia benih, makanan utamanya adalah plankton (fitoplankton dan zooplankton). Soetomo (1990) mengungkapkan bahwa makanan mempunyai peranan penting dalam pertumbuhan individu. Kecepatan pertumbuhan udang windu sangat tergantung kepada makanan yang diberikan, kedalaman, kecerahan, salinitas, dan kualitas air. Menurut Nuhman (2008), pakan merupakan faktor yang berpengaruh secara dominan terhadap pertumbuhan biota perairan (ikan dan krustase) karena pakan berfungsi sebagai pemasok energi untuk memacu pertumbuhan dan mempertahankan kelangsungan hidup. Berdasarkan penjelasan yang telah dipaparkan, peneliti akan membuat model dinamika populasi antara udang windu dan mikroalga.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan, rumusan masalah yang dibahas dalam penelitian ini yaitu bagaimana model dinamika populasi antara udang windu dan mikroalga.

1.3 Tujuan Penelitian

1. Membentuk model matematika dari interaksi udang windu dan mikroalga.
2. Menganalisis kestabilan model matematika interaksi udang windu dan mikroalga disekitar titik kesetimbangan.
3. Mensimulasikan model dinamika udang windu dan mikroalga.

1.4 Batasan Masalah

Adapun batasan masalah dalam penelitian ini yaitu sebagai berikut :

1. Interaksi dibatasi oleh dua biota laut, udang windu dan mikroalga yang hidup berdampingan di alam bebas dengan mengabaikan faktor lain yang dapat mempengaruhi pertumbuhan dua biota laut tersebut.
2. Diasumsikan udang windu memakan mikroalga.

1.5 Tinjauan Pustaka

Pada penelitian ini, dibahas mengenai model matematika pada udang windu dan mikroalga. Peneliti telah melakukan beberapa studi literatur tentang penelitian terkait. Literatur pertama adalah jurnal Nila (2013) dalam penelitiannya menjelaskan bahwa model kompetisi dua populasi yang hidup bersama di titik kesetimbangan tidak terdefinisi memiliki solusi dalam bentuk persamaan pertumbuhan populasi yaitu :

$$\left(\frac{N(t)}{N(t_0)}\right)^{b_{11}} = \left(\frac{M(t)}{M(t_0)}\right)^{b_{21}} e^{(a_1 b_{21} - a_2 b_{11})t}$$

Solusi menghasilkan 3 kemungkinan dinamika populasi yang terjadi pada model kompetisi dua populasi yang hidup bersama pada titik kesetimbangan tidak terdefinisi. Jika $a_1 b_{21} > a_2 b_{11}$ maka $M(t) \to 0$ dengan $t \to \infty$ yaitu populasi kedua akan mengalami kepunahan pada waktu t menuju tak hingga. Jika $a_1 b_{21} < a_2 b_{11}$ maka $N(t) \to 0$ dengan $t \to \infty$ yaitu populasi pertama akan mengalami kepunahan pada waktu *t* menuju tak hingga. Jadi, apabila kelipatan antara tingkat kelahiran populasi pertama dengan tingkat kematian populasi kedua akibat persaingan dengan populasi pertama bernilai sama dengan kelipatan antara tingkat kelahiran populasi kedua dengan tingkat kematian populasi pertama akibat persaingan individu dalam populasi pertama $(a_1 b_{21} = a_2 b_{11})$ maka model kompetisi dua populasi yang hidup bersama di titik kesetimbangan tidak terdefinisi akan stabil.

Wijayanti (2015) dalam penelitiannya menggunakan fungsi respon Holling tipe III dalam menganalisis model *predator-prey* dua spesies. Penelitian ini membahas tentang analisis kestabilan model *predator-prey* dengan fungsi respon Holling tipe III, karena sesuai dengan tipe *predator* yang mencari mangsa lain ketika mangsa yang dimakannya mulai berkurang. Fungsi respon telah memperhitungkan waktu untuk memproses makanan pada saat *predator* mengonsumsi makanannya. Hasil penelitian ini adalah model matematika untuk persaingan *predator-prey* dua spesies dengan batas $b > \mu + q$ adalah

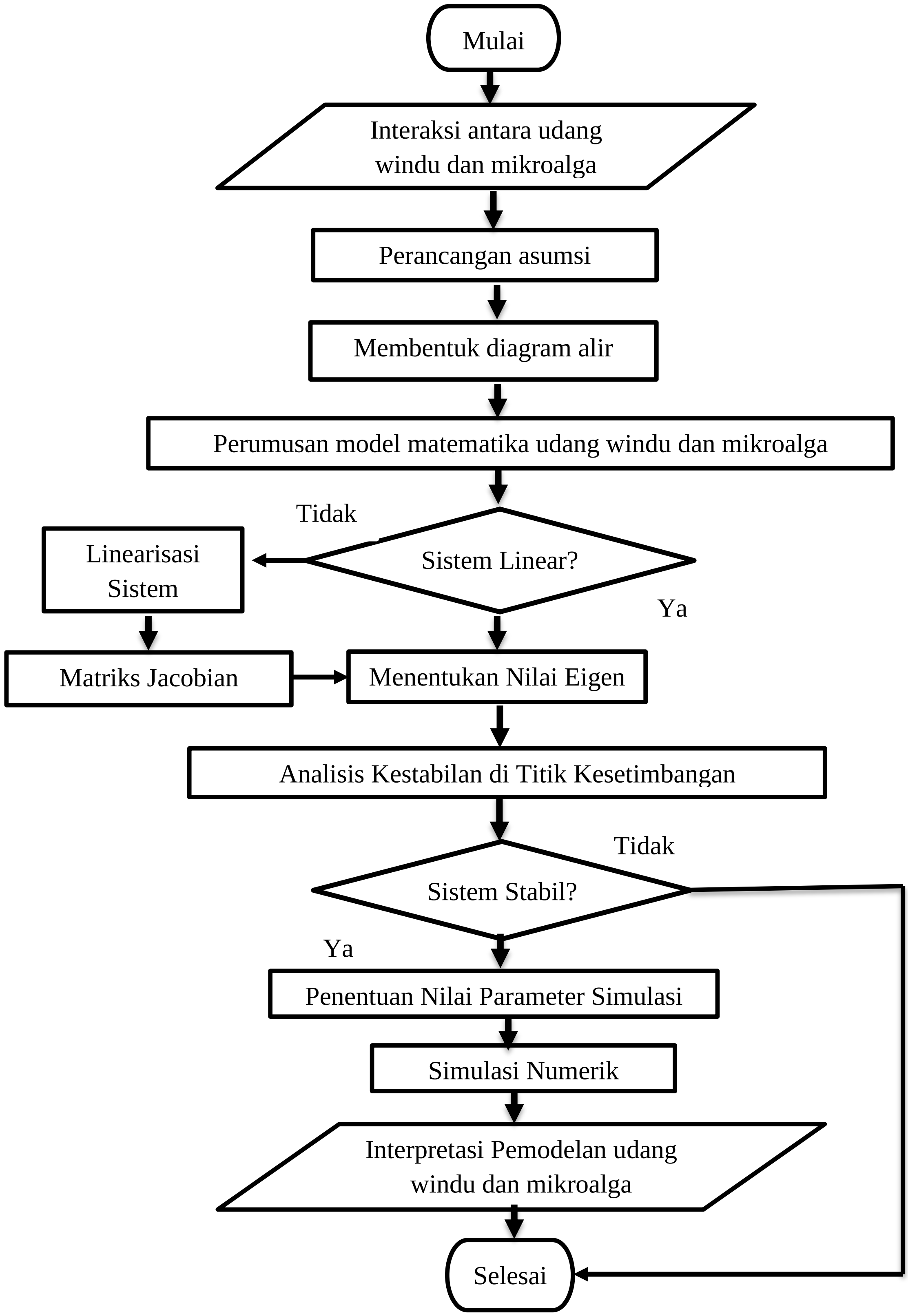
$$\frac{dx}{dt} = x(1-x) - \frac{ax^2 y}{m^2 + x^2} \text{ dan } \frac{dy}{dt} = \frac{bx^2 y}{m^2 + x^2} - \mu y - qy$$

Kemudian untuk titik kesetimbangan yang diperoleh dari model *predator-prey* dengan suatu nilai parameter adalah titik kesetimbangan $E_0(0,0)$ memberikan titik pelana bersifat tidak stabil, titik kesetimbangan$E_1(1,0)$ dengan $\frac{b}{m^2+1} < \mu + q$ memberikan titik simpul yang bersifat stabil. Sedangkan pada titik kesetimbangan $E_1(1,0)$ dengan $\frac{b}{m^2+1} > \mu + q$ memberikan titik pelana yang menyebabkan trayektori tidak stabil. Dan titik kesetimbangan E_2 untuk $m\sqrt{A} > 1$

bersifat tidak stabil, untuk $m\sqrt{A} < 1$ dengan $D > 0$ bersifat stabil, dan untuk $m\sqrt{A} < 1$dan $D < 0$ juga bersifat stabil. Maka, hasil simulasi numerik menunjukan kestabilan yang sama dengan hasil analisa pada titik $E_{0,}E_1, E_2.$

1.6 Metodologi Penelitian

Penelitian ini diawali dengan melakukan studi pustaka dengan menelusuri literatur-literatur yang berhubungan dengan penelitian ini. Hal ini bertujuan untuk mencari dan mempelajari teori-teori yang berkaitan dengan udang windu dan mikroalga. Literatur-literatur yang digunakan bersumber dari buku, jurnal, dan informasi dari internet. Selanjutnya langkah-langkah pada penelitian ini adalah menyusun asumsi-asumsi, membentuk diagram alir model dinamika udang windu dan mikroalga, dan mendefinisikan parameter yang digunakan pada model. Langkah selanjutnya adalah menentukan titik kesetimbangan model dinamika udang windu dan mikroalga. Model matematika yang terbentuk menyatakan suatu sistem persamaan diferensial, yang terbagi menjadi dua sistem persamaan diferensial linear dan sistem persamaan diferensial nonlinear. Dua jenis sistem ini yang akan membedakan langkah selanjutnya. Jika model yang terbentuk merupakan sistem persamaan linear maka langkah selanjutnya adalah menentukan persamaan karakteristik. Akan tetapi jika model yang terbentuk merupakan sistem persamaan nonlinear maka sebelum ditentukan persamaan karakteristiknya, sistem tersebut harus dilinearisasi terlebih dahulu. Linearisasi ini dilakukan agar mudah untuk diselesaikan. Dalam penelitian linearisasi sistem menggunakan matriks Jacobian. Setelah persamaan karakteristik ditentukan, langkah selanjutnya adalah menyimulasikan. Kemudian melakukan simulasi numerik dengan mensubstitusikan beberapa nilai parameter yang telah ditentukan. Penelitian selesai setelah kestabilan model matematika udang windu dan mikroalga diketahui.



Gambar 1.2 *Flowchart* Pemodelan Matematika Udang Windu dan Mikroalga